алгоритмической разрешимости элементарных теорий классов универсальных гиперграфических автоматов и классов полугрупп.

Для класса гиперграфических автоматов $\mathbf{K}$ символом $\mathrm{Inp}(\mathbf{K})$ обозначается класс полугрупп вида $\mathrm{Inp}(A)$, где $A \in \mathbf{K}$.

Теорема. *Для любого класса универсальных гиперграфических автоматов над эффективными гиперграфами с p-определимыми ребрами* $\mathbf{K}$ *справедливы следующие утверждения:*

1) если элементарная теория класса $\mathbf{K}$ *наследственно неразрешима, то и элементарная теория класса полугрупп* $\mathrm{Inp}\mathbf{K}$ *наследственно неразрешима;*

2) если элементарная теория класса $\mathbf{K}$ *эффективно неотделима, то и элементарная теория класса полугрупп* $\mathrm{Inp}\mathbf{K}$ *эффективно неотделима.*

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Зыков А.А.* Гиперграфы // УМН. 1974. Т. 29, № 6. С. 89–154.

2. *Плоткин Б.И., Гринглаз Л.Я., Гварамия А.А.* Элементы алгебраической теории автоматов. М.: Высш. шк., 1994.

3.*Ершов Ю.Л.* Проблемы разрешимости и конструктивные модели. М.: Наука, 1980.

4.*Хворостухина Е.В.* Об относительно элементарной определимости класса гиперграфических автоматов в классе всех полугрупп // Компьютерные науки и информационные технологии: материалы Междунар. науч. конф. Саратов, Россия, 1-4 июля 2009г. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2009. С. 212–213.

УДК 517.51

А.А. Хромов

О СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ ПРИБЛИЖЕНИЙ НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ НЕКОТОРЫМ СЕМЕЙСТВОМ РАЗРЫВНЫХ

В данной статье получена оценка погрешности приближения непрерывных функций семейством разрывных функций, построенных с помощью резольвенты оператора дифференцирования.

Рассматривается семейство операторов с разрывными образами:

$$\Omega_r u = \begin{cases} r\int\limits_x^1 e^{r(x-t)}u(t)dt, & x \in [0,1/2], \\ r\int\limits_0^x e^{-r(x-t)}u(t)dt, & x \in [1/2,1]. \end{cases} \tag{1}$$

Известно[1], что для любой функции $u(x) \in C[0,1]$ выполняется сходимость:

$$\|\Omega_r u - u\|_{L_\infty[0,1]} \to 0 \quad \text{при} \quad r \to \infty,$$

где

$$\|\cdot\|_{L_\infty[0,1]} = \max\{\|\cdot\|_{C[0,1/2]}, \|\cdot\|_{C[1/2,1]}\}.$$

Выясняется вопрос о скорости этой сходимости.

Лемма 1. *Справедливо равенство*

$$\Omega_r 1 = \begin{cases} 1 - e^{-r(1-x)}, & x \in [0,1/2], \\ 1 - e^{-rx}, & x \in [1/2,1]. \end{cases}$$

Лемма 2. *Имеет место оценка*

$$|\Omega_r u - u| \le |\Omega_r u - \Omega_r 1 \cdot u(x)||_{|t-x|\le h} + |\Omega_r u - \Omega_r 1 \cdot u(x)|_{|t-x|\ge h} + |u(x)|e^{-r/2}.$$

При этом для $x \in [0,1/2]$

$$(\Omega_r u - \Omega_r 1 \cdot u(x))_{|t-x|\le h} = r \int\limits_x^{x+h} e^{r(x-t)}(u(t) - u(x))dt,$$

$$(\Omega_r u - \Omega_r 1 \cdot u(x))_{|t-x|\ge h} = r \int\limits_{x+h}^{1} e^{r(x-t)}(u(t) - u(x))dt;$$

для $x \in [1/2,1]$

$$(\Omega_r u - \Omega_r 1 \cdot u(x))_{|t-x|\le h} = r \int\limits_{x-h}^{x} e^{-r(x-t)}(u(t) - u(x))dt,$$

$$(\Omega_r u - \Omega_r 1 \cdot u(x))_{|t-x|\ge h} = r \int\limits_{0}^{x-h} e^{-r(x-t)}(u(t) - u(x))dt,$$

h *— произвольное положительное число, не превосходящее* $1/2$.

Теорема 1. *Для любой непрерывной на отрезке* $[0,1]$ *функции* $u(x)$ *справедлива оценка:*

$$|\Omega_r u - u| \le \omega(h) + 2\|u\|_{C[0,1]} e^{-rh} + |u(x)|e^{-r/2},$$

где $\omega(h)$ *— модуль непрерывности функции* $u(x)$, $0 < h \le 1/2$.

Теорема 2. *Если* $u(x) \in Lip_M 1$, *то при* $h = h(r) = \dfrac{1}{r}\ln\dfrac{2Kr}{M}$ *справедлива оценка*

$$|\Omega_r u - u| \le \frac{M}{r}\ln\frac{2Kr}{M} + \frac{M}{r} + Ke^{-r/2},$$

где $K = \|u\|_{C[0,1]}$, $x \in [0,1]$ *– любое.*

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ (проект НШ-4383.2010.1) и гранта РФФИ (проект 10-01-00270).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Хромов А.А.* Приближающие свойства степеней резольвенты оператора дифференцирования // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. 2009. Т. 9. Сер. Математика. Механика. Информатика, вып. 3. С. 75–78.

УДК 517.984

А.П. Хромов

ОБ ОДНОМ ИНТЕГРАЛЬНОМ ОПЕРАТОРЕ С РАЗРЫВНОЙ ОБЛАСТЬЮ ЗНАЧЕНИЙ

Пусть A — интегральный оператор:

$$Af = \int_0^1 A(x,t) f(t)\, dt,$$

ядро которого есть

$$A(x,t) = \varepsilon\left(\tfrac{1}{2}, x\right)\varepsilon(t,x) + \varepsilon\left(x, \tfrac{1}{2}\right)\varepsilon(x,t),$$

где $\varepsilon(x,t) = 1$ при $t \le x$, $\varepsilon(x,t) = 0$ при $t > x$. Ядро $A(x,t)$ терпит разрывы при $x = t$ и $x = \frac{1}{2}$. Область значений оператора A, вообще говоря, разрывна при $x = \frac{1}{2}$. Мы рассмотрим задачу разложения по собственным функциям (в дальнейшем с.ф.) этого оператора. Оператор A интересен тем, что соответствующая краевая задача на собственные значения нерегулярна по Биркгофу и сходимость разложений по с.ф. обеспечивается специальным функциональным соотношением, которому должна удовлетворять разлагаемая функция. Функциональные соотношения в нерегулярных краевых задачах использовались и ранее [1, 2].