процесс, плоскость $\hat{H}$ разобьем на 3-(1)-контуры. На каждом 3-(1)-контуре зададим определенным образом простое разбиение, превращая тем самым 3-(1)-контуры в равные черепицы. Черепичное разбиение $\hat{H}$ построено.

Таким образом, черепица плоскости $\hat{H}$ обладает следующими свойствами: является объединением непересекающихся равных простых 4-контуров; может служить разбивающим элементом плоскости $\hat{H}$. Следовательно, ее можно рассматривать как некоторый аналог мозаики в изотропном разбиении на плоскости $\hat{H}$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Розенфельд Б.А.* Неевклидовы геометрии. М.: Гос. изд-во техн.-теор. лит., 1955. 744 с.

2. *Винберг Э.Б., Шварцман О.В.* Дискретные группы движений пространств постоянной кривизны. Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. М.: ВИНИТИ, 1988. Т. 29. С. 147–259.

3. *Коксетер Г.С.М., Мозер У.О. Дж.* Порождающие элементы и определяющие соотношения дискретных групп. М.: Наука, 1980. 240 с.

4. *Ромакина Л.Н.* Конечные замкнутые 3(4)-контуры расширенной гиперболической плоскости // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. 2010. Т. 10. Сер. Математика. Механика. Информатика, вып. 3. С. 14–26.

УДК 517.927.25

В.С. Рыхлов

О КРАТНОЙ ПОЛНОТЕ КОРНЕВЫХ ФУНКЦИЙ ОДНОГО КЛАССА ПУЧКОВ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ

В пространстве $L_2[0,1]$ рассмотрим пучок обыкновенных дифференциальных операторов $L(\lambda)$, порожденный однородным дифференциальным выражением n-го порядка с постоянными коэффициентами:

$$\ell(y,\lambda) := \sum_{s+k=n} p_{sk}\lambda^s y^{(k)}, \quad p_{sk}\in\mathbb{C}, \quad p_{0n}\neq 0, \tag{1}$$

и линейно независимыми двухточечными нормированными краевыми условиями специальной структуры:

$$\begin{aligned} U_i(y,\lambda) &:= \sum_{s+k=\varkappa_{i0}} \lambda^s\alpha_{isk}y^{(k)}(0)=0,\ i=\overline{1,l},\\ U_i(y,\lambda) &:= \sum_{s+k\le\varkappa_{i0}} \lambda^s\alpha_{isk}y^{(k)}(0)+\sum_{s+k\le\varkappa_{i1}}\lambda^s\beta_{isk}y^{(k)}(1)=0, i=\overline{l+1,n}, \end{aligned} \tag{2}$$

где $\lambda \in \mathbb{C}$ – спектральный параметр, $\alpha_{isk}, \beta_{isk} \in \mathbb{C}$, $\varkappa_{i0}, \varkappa_{i1} \in \{0, 1, \dots, n-1\}$, $1 \le l \le n-1$.

Отметим, что краевые условия (2) в случае $2l < n$ не являются полураспадающимися.

Пусть корни $\{\omega_j\}_1^n$ характеристического уравнения

$$\sum_{s+k=n} p_{sk}\omega^k = 0$$

различны, отличны от нуля и лежат на одном луче, исходящем из начала координат. Не нарушая общности, можно считать

$$0 < \omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_n. \tag{3}$$

Решается задача о нахождении условий на параметры пучка $L(\lambda)$, при которых имеет место или отсутствует m-кратная ($1 \le m \le n$) полнота системы корневых (собственных и присоединенных) функций этого пучка в пространстве $L_2[0, 1]$.

Детальное исследование вопроса об n- и m-кратной полноте и неполноте корневых функций пучка $L(\lambda)$, дифференциальное выражение которого имеет постоянные коэффициенты, а краевые условия — полураспадающиеся, проведено в [1].

Для рассматриваемого пучка (1), (2) с условием (3) не выполняется основное предположение [1], а именно, что существует прямая d, проходящая через начало, не содержащая ω-корней и делящая комплексную плоскость на две полуплоскости, внутри каждой из которых число этих корней не меньше $n-l$, а также, что краевые условия (2) являются полураспадающимися.

Для формулировки основного результата введем обозначения:

$$a_{ij} = \sum_{s+k=\varkappa_{i0}} \alpha_{isk}\omega_j^k,\ i = \overline{1, n},\ j = \overline{1, n};$$

$$b_{ij} = \sum_{s+k=\varkappa_{i1}} \beta_{isk}\omega_j^k,\ i = \overline{l+1, n},\ j = \overline{1, n};$$

$$\varkappa_i = \min\{\varkappa_{i0}, \varkappa_{i1}\},\ i = \overline{l+1, n}; \quad [n]_+ = \begin{cases} n, \text{ если } n \ge 0, \\ 0, \text{ если } n < 0. \end{cases}$$

Теорема 1. *Если выполняется условие (3) и*

$$\det(a_{ij})_{i,j=1}^l \ne 0,\ \det(a_{ij})_{i,j=1}^n \ne 0,\ \det(b_{ij})_{i,j=l+1}^n \ne 0,$$

то система корневых функций пучка (1), (2) m-кратно полна в $L_2[0,1]$ при $m \le n-l$ с возможным конечным дефектом, не превышающим числа $\sum\limits_{i=l+1}^{n}[m-1-\varkappa_i]_+$.

Теорема точна в следующем смысле. В [1, с. 58–62] сформулирована теорема об $(n-l+1)$-кратной неполноте системы корневых функций частного случая пучка вида (1), (2), краевые условия которых являются полураспадающимися и не зависят от параметра λ. Но доказательство этой теоремы, по мнению автора, настоящей статьи недостаточно убедительно. В [2] при $l=n-1$ и $m=n-l+1(=2)$ получены достаточные условия на корни $\{\omega_j\}_1^n$, при которых системы корневых функций пучков вида (1), (2) m-кратно неполны в $L_2[0,1]$ и имеют бесконечный дефект.

В случае $l=1$ из теоремы 1 получаем $(n-1)$-кратную полноту корневых функций в $L_2[0,1]$. Что же касается n-кратной полноты, то справедлив следующий результат.

Теорема 2. *Если выполняется условие (3), $l=1$ и $a_{11}\neq 0$, то система корневых функций пучка (1), (2) n-кратно неполна в $L_2[0,1]$ с бесконечным дефектом.*

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-01-00270) и гранта Президента РФ (проект НШ-4383.2010.1).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Вагабов А.И.* Введение в спектральную теорию дифференциальных операторов. Ростов н/Д: Изд-во Рост. ун-та, 1994. 160 с.

2. *Рыхлов В.С.* О кратной неполноте собственных функций пучков обыкновенных диференциальных операторов // Математика. Механика: сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2001. Вып. 3. С. 114–117.

УДК 519.83

Т.Ф. Савина

РАВНОВЕСНЫЕ И ДОПУСТИМЫЕ ИСХОДЫ ДЛЯ КОАЛИЦИЙ В ИГРЕ С ОТНОШЕНИЯМИ ПРЕДПОЧТЕНИЯ

Вопрос о сохранении оптимальных решений при переходе от одной игры с отношениями предпочтения к другой с помощью гомоморфизма был рассмотрен в работе [1]. В настоящей статье изучается переход к кооперативному аспекту игры, который связан