$-(1, t, \ldots, t^n)$, если $t \in R_2^{\varrho}(A^*)(R_2^{\pi}(A^*))$. Используя таким образом точки из (6), мы приходим к выводу, что если $P_n(A, t_i^{(2)}) < (>) P_n(A, t_{i+1}^{(1)})$, то $P_n(A, t_{i+1}^{(2)}) > (<) P_n(A, t_{i+2}^{(1)}), i = \overline{1, n}$. Следовательно, производная полинома $P_n(A, t)$ обязана иметь, по крайней мере, n нулей. Это означает, что $A = O_{n+1}$ и противоречит (8). Теорема доказана.

Примеры показывают, что решение задачи (1) может удовлетворять условиям теоремы 2, а может и не удовлетворять, то есть оно не является необходимым условием решения.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ на поддержку ведущих научных школ (НШ-2970.2008.1).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Сендов Б.* Хаусдорфовы приближения. София, 1979. 372 с.

2. *Сорина Е.В.* О наилучшем приближении многозначного отображения полиномиальной полосой // Современные проблемы теории функций и их приложения: Тез. докл. 13-й Сарат. зимней шк. Саратов, 2006. С. 164-165.

3. *Пшеничный Б.Н.* Выпуклый анализ и экстремальные задачи. М.: Наука, 1980. 320 с.

УДК 517.984

М.Ю. Игнатьев

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА 4-ГО ПОРЯДКА ПО НУЛЯМ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ

Рассмотрим самосопряженный дифференциальный оператор L, порожденный дифференциальным выражением

$$\ell y = y^{(4)} + (p(x)y')' + q(x)y$$

с вещественными коэффициентами $p(x) \in C^2[0,1]$, $q(x) \in C[0,1]$ и краевыми условиями

$$y(0) = y''(0) = y(1) = y''(1) = 0.$$

Пусть $\{\lambda_n\}, n = n_0, n_0+1, \ldots,$ — собственные значения оператора L, занумерованные таким образом, что при $n \to \infty$ $\lambda_n = (n\pi + O(1))^4$ и пусть $y_n(x)$ — соответствующие собственные функции. Обозначим через $X_L^{(n)}$ множество нулей функции $y_n(x)$. Из асимптотик собственных функций [1] следует, что, начиная с некоторого номера N, множества $X_L^{(n)}$ непусты и их элементы $x_j^{(n)}$ могут быть занумерованы так, что справедлива асимптотика $x_j^{(n)} = jn^{-1} + o(n^{-1})$ при $n \to \infty$ равномерно по $c_1 n < j < c_2 n$ для любых фиксированных $0 < c_1 < c_2 < 1$. Обозначим $X_L = \bigcup\limits_{n=\overline{N,\infty}} X_L^{(n)}$. Из асимптотики

$x_j^{(n)}$ следует, что X_L всюду плотно на отрезке $[0,1]$. Пусть X — произвольное всюду плотное на $[0,1]$ подмножество X_L. Рассмотрим следующую обратную задачу.

Задача 1. *По заданному множеству X и числам $\omega_\nu, \nu=\overline{0,3}$, таким, что $\lambda_n = \left(n\pi + \sum\limits_{\nu=0}^{3}\omega_\nu n^{-\nu} + o(n^{-3})\right)^4$, найти коэффициенты $p(x)$ и $q(x)$.*

Обозначим $\tilde\rho_n = n\pi + \sum\limits_{\nu=0}^{3}\omega_\nu n^{-\nu}$, $\theta_j^{(n)} = \tilde\rho_n x_j^{(n)} - j\pi$. Основной результат статьи содержит следующая теорема.

Теорема 1. *Пусть x — произвольная точка из интервала $(0,1)$ и пусть последовательность $x_k = x_{j_k}^{(n_k)} \in X$ такова, что $\lim\limits_{k\to\infty} x_k = x$. Обозначим $\theta_k = \theta_{j_k}^{(n_k)}$. Тогда существуют пределы $\lim\limits_{k\to\infty}\tilde\rho_{n_k}\theta_k = \alpha(x)$, $\lim\limits_{k\to\infty}\left(\tilde\rho_{n_k}^3\theta_k - \tilde\rho_{n_k}^2\alpha(x_k)\right) = \beta(x)$. Далее, для каждого $x\in(0,1)$*

$$p(x) = -4\alpha'(x),$$

$$q(x) = -4\beta'(x) - 2\alpha^2(x)\alpha'(x) + 2(\alpha'(x))^2 + 4\alpha(x)\alpha'(x) - \alpha'''(x) - 4\alpha(x)\alpha''(x).$$

Из теоремы 1 следует единственность решения задачи 1, а также конструктивная процедура ее решения, состоящая в последовательном нахождении функций $\alpha(x)$, $\beta(x)$, а затем — коэффициентов $p(x)$, $q(x)$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и ННС (проекты 07-01-00003 и 07-01-92000-ННС-а).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Наймарк М.А.* Линейные дифференциальные операторы. М.: Наука, 1969. 528 с.

УДК 517.51

Т.В. Иофина

СХОДИМОСТЬ РЯДОВ ФУРЬЕ И ИХ ЛИНЕЙНЫХ СРЕДНИХ ПО МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫМ СИСТЕМАМ В ПРОСТРАНСТВАХ ЛИПШИЦА

Пусть $\{p_i\}_{i=1}^\infty$ — последовательность натуральных чисел, такая что $2\le p_i\le N$, $m_0=1$, $m_n=p_1p_2\ldots p_n$ при $n\in\mathbb{N}$. Каждое $x\in[0,1)$ имеет разложение $x=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x_n}{m_n}$, где $x_n\in\mathbb{Z}$ и $0\le x_n<p_n$. Для таких $x,y\in[0,1)$ определим разность $z=x\ominus y$, где $z=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{z_n}{m_n}$, $z_n=x_n-y_n \pmod{p_n}$. Каждое целое неотрицательное k представимо в виде $k=\sum\limits_{n=1}^{\infty}m_{n-1}k_n$, где $k_n\in\mathbb{Z}$ и $0\le k_n<$