ТЕОРЕМА 2. Пусть $m \le 2k$ и $\sum_{\tau_1,\dots,\tau_m=1}^{2} \sum_{\eta_1,\dots,\eta_m=1}^{2} G^{\nu}_{\tau_1,\dots,\eta_m} \ne 0$ для $\nu = 1,\dots,N$.

Если $\tilde{f}(x) \in L[0,1]$ и на интервале $(1/2, 1/2+\delta)$, $0 < \delta \le 1/2$ справедливо

$$\tilde{f}(x) = \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=0}^{\infty} \tilde{d}_{j,k} \tilde{M}^{k} g_j(x), \text{ а } \tilde{d}_{j,k} = O\left(\left(\frac{(\delta-\varepsilon)2e}{\alpha n k}\right)^{-nk}\right), \alpha = |b_1|^{1/n},$$

тогда выполняется (3) для оператора $\tilde{A}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Хромов А. П.* Конечномерные возмущения вольтерровых операторов // Матем. заметки. 1974. Т.16. № 4. С. 669 - 681.

2. *Мацнев Л. Б., Хромов А. П.* О порождающих функциях интегральных вольтерровых операторов // Матем. заметки. 1983. № 3. С. 423 - 434.

3. *Тихомиров А. С.* О конечномерных возмущениях интегральных вольтерровых операторов, действующих в пространстве вектор-функций // Дифференциальные уравнения и теория функций. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1984. С. 35 - 41.

4. *Хромов А. П.* Об обращении интегральных операторов с ядрами, разрывными на диагоналях // Матем. заметки. 1998. Т. 64. № 6. С. 932 - 949.

УДК 517.5

В. И. Шевцов

О НЕПОЛНОЙ СИСТЕМЕ ЭКСПОНЕНТ

Ряды экспонент и их обобщения изучались многими математиками. Фундаментальные исследования по теории представления функций рядами экспонент проведены А. Ф. Леонтьевым [1 - 3].

Пусть $L(\lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k \lambda^k$ - целая функция конечного порядка ρ, $0 < \rho < 1$. Будем предполагать, что все нули функции $L(\lambda)$ - простые. Обозначим нули функции $L(\lambda)$ через $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$, расположив их в порядке неубывания их модулей. Рассмотрим на отрезке $[-1; 1]$ следующую систему экспонент:

$$\left\{e^{\lambda_k x}\right\}_{k=1}^{\infty}. \tag{1}$$

Так как $\{\lambda_k\}$ - нули целой функции порядка ρ, $0 < \rho < 1$, то ряд $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{|\lambda_k|}$ сходится и поэтому система (1) неполна в метрике C ни на каком отрезке вещественной оси [2, с. 61].

Обозначим через C_ρ класс бесконечно дифференцируемых на $[-1; 1]$ функций таких, что

$$\forall f \in C_\rho \quad \forall n \geq o \quad \left|f^{(n)}(x)\right| \leq A_f^{n+1} m_n, \quad x \in [-1;1], \tag{2}$$

где A_f - не зависит от n и x, $\{m_n\}$ - последовательность неотрицательных чисел такая, что выполнено условие

$$\alpha = \overline{\lim_{n\to\infty}} \frac{\ln m_n}{n \ln n} < \frac{1}{\rho}.$$

Отметим, что при $\alpha > 1$ такой класс функций не является квазианалитическим. Обозначим далее через C_ρ^* подкласс функций из C_ρ такой, что любая функция $f \in C_\rho^*$ удовлетворяет следующему дифференциальному уравнению бесконечного порядка:

$$M_L(F) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k f^{(k)}(x) = 0, \quad x \in [-1;1]. \tag{3}$$

Элементарными решениями уравнения (3) являются функции системы (1).

В работе автора [4] доказано, что класс C_ρ^* является квазианалитическим классом функций на отрезке $x \in [-1;1]$. В исследованиях структуры решений уравнения (2) важное значение имеет интерполирующая функция, которая определяется следующим образом. Обозначим через $C_n(\mu)$ $(n = 0,1,2,...)$ - тейлоровские коэффициенты функции

$$\frac{L(\mu) - L(t)}{\mu - t} = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(\mu) t^n, \quad \mu \in C.$$

Функция

$$\omega_L(\mu, f) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(\mu) f^{(n)}(0) \tag{4}$$

называется интерполирующей функцией. Если $f \in C_\rho^*$, то интерполирующая функция является целой функцией комплексного переменного μ. Свойства этой функции подробно изучены в [4, 5].

В настоящей статье рассматривается задача, связанная с аналитическим продолжением функции $f \in C_\rho^*$. Эта задача рассматривается в случае, когда характеристическая функция $L(\lambda)$ уравнения (3) удовлетворяет следующим дополнительным условиям:

1) нули $\{\lambda_k$ расположены на двух лучах

$$L(\lambda)=\prod_{k=1}^{\infty}\left(1-\frac{\lambda^2}{\mu_k^2}\right),\ \mu_k>0\,; \tag{5}$$

2) $$\varlimsup_{k\to\infty}\frac{1}{|\mu_k|^h}\ln\frac{1}{|L'(\mu_k)|}<\infty,\ 0<h<1. \tag{6}$$

Справедлива

ТЕОРЕМА. Пусть $f\in C_\rho^*$ и выполнены условия (5) и (6), тогда $f(x)$ допускает аналитическое продолжение в полосу $-1<\mathrm{Re}\,z<1$ и в этой полосе

$$f(z)=\sum_{k=1}^{\infty}\left(A_k e^{\mu_k z}+B_k e^{-\mu_k z}\right),\ \text{где}\ A_k=\frac{\omega_L(\mu_k,f)}{L'(\mu_k)},\ B_k=\frac{\omega_L(-\mu_k,f)}{L'(-\mu_k)}.$$

Доказательство данной теоремы использует оценки коэффициентов при условии (5), (6), а также доказанную в работах [4, 5] теорему об аппроксимации решений уравнения элементарными решениями.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Леонтьев А. Ф.* Ряды экспонент. М.: Наука, 1976.

2. *Леонтьев А. Ф.* Последовательность полиномов из экспонент. М.: Наука, 1980.

3. *Леонтьев А. Ф.* Обобщение рядов экспонент. М.: Наука, 1983.

4. *Шевцов В. И.* Об одном квазианалитическом классе функций. Саратов, 2000. 15 с. Деп. в ВИНИТИ № 1103-В00.

5. *Шевцов В. И.* Уравнение бесконечного порядка в одном квазианалитическом классе функций // Математика, Механика, Математическая кибернетика: Сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1999. С. 72 - 75.

УДК 517.927

В. А. Юрко

О ВОССТАНОВЛЕНИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ С ОСОБЕННОСТЯМИ ПО НЕПОЛНОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ*

1. Рассмотрим систему дифференциальных уравнений

$$\frac{dy_1}{dx}=i\rho R(x)y_2,\quad \frac{dy_2}{dx}=i\rho\frac{1}{R(x)}y_1,\quad x\in[0,T] \tag{1}$$

с начальными условиями $y_1(0,\rho)=1,\quad y_2(0,\rho)=-1$. Здесь $\rho=\sigma+i\tau$ - спектральный параметр, а $R(x)$ - вещественная функция, которая называ-

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 00-01-00741.