

6. Севостьянов Г. Д. Структура элементарных околосзвуковых решений // Аэродинамика. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1997. Вып. 14(17). С. 109 - 117.

7. Заславский Б. И., Клетикова Н. А. Об одном классе точных частных решений уравнений околосзвуковых течений газа // ПМТФ. 1965. № 6. С. 65 - 68.

УДК 539.3

Ю. В. Шевцова

ПОГРАНСЛОЙ В ОКРЕСТНОСТИ КВАЗИФРОНТА В СКОШЕННОЙ КРУГОВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ

Рассмотрим тонкую круговую цилиндрическую оболочку из изотропного материала со скошенным краем с относительной полутолщиной $\eta = h/R$ ($2h$ - толщина оболочки). Положение точек оболочки в пространстве зададим векторным равенством:

$$\vec{P}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \vec{M}(\alpha_1, \alpha_2) + \alpha_3 \vec{n}, \quad (1)$$

где $\vec{P}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ - радиус-вектор точек оболочки в трехмерном пространстве, $\vec{M}(\alpha_1, \alpha_2)$ - радиус-вектор точек срединной поверхности, \vec{n} - единичный вектор нормали к срединной поверхности. Срединную поверхность оболочки отнесем к полугеодезической системе координат, α_1 -линии которой являются геодезическими, ортогональными краю, причем параметр α_1 определяет длину геодезической. Такая система координат является ортогональной в окрестности края, однако координатные линии данной системы координат не совпадают с линиями кривизны. В силу этого нарушается необходимое и достаточное условие триортогональности [1] системы координат, введенной равенством (1).

Будем считать, что лицевые поверхности оболочки свободны от внешних нагрузок, т.е.

$$\sigma_{3l} = 0, \quad (l = 1, 2, 3), \quad (2)$$

где σ_{ij} - напряжения.

Рассмотрим случай только однородных начальных условий

$$u_l = \frac{\partial^k u_l}{\partial t^k} = 0, \quad (k = 1, \bar{3}), \quad (3)$$

где u_l - перемещения.

Граничные условия на торце $\alpha_1 = 0$ зададим следующим образом:

$$\sigma_{11} = \varphi(\alpha_2, \alpha_3)H(t), \quad u_2 = u_3 = 0, \quad (4)$$

$H(t)$ - функция Хевисайда, $\varphi(\alpha_2, \alpha_3)$ - четная функция от переменной α_3 .

Вид уравнения погранслоя в окрестности квазифронта в круговой цилиндрической оболочке известен [2]. Поэтому можно заранее предположить, что это уравнение для скошенной круговой цилиндрической оболочки при малых углах скоса будет иметь аналогичный вид, причем определяющее влияние оказывает слагаемое, содержащее четвертую производную по времени от перемещения u_1 :

$$\frac{v^2}{3(1-v^2)} h^2 \frac{\partial^4 u_1}{\partial t^4}. \quad (5)$$

Для построения погранслоя воспользуемся уравнениями общей теории оболочек в произвольной ортогональной системе координат [2]. Произведем в них растяжение масштабов независимых переменных по формулам

$$\alpha_1 = R\eta^q \xi_1, \quad \alpha_2 = R\xi_2, \quad t = Rc_2^{-1} \eta^a \tau, \quad (6)$$

а также введем следующие асимптотики для компонент напряженно-деформированного состояния:

$$T_i = 2EhT_i^*, \quad S_{ij} = 2EhS_{ij}^*, \quad (7)$$

$$u_1 = R\eta^q u_1^*, \quad u_2 = R\eta^{2q} u_2^*, \quad u_3 = R\eta^{2q} u_3^*,$$

где величины с индексом «*» имеют одинаковый асимптотический порядок, q - показатель изменчивости НДС оболочки, a - показатель динамичности. Остановимся на случае $q = a = 2/3$. В рамках погрешности $O(\eta^{2/3})$ получим уравнение, которое с учетом слагаемого (5) может быть записано в исходных переменных:

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \alpha_1^2} + k \frac{\partial u_1}{\partial \alpha_1} - \frac{1}{c_3^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t_1^2} + \frac{v^2}{3(1-v^2)} h^2 \frac{\partial^4 u_1}{\partial t^4} = 0, \quad (8)$$

где $k = \frac{1}{A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}$, A_2 - коэффициент первой квадратичной формы [3].

С целью упрощения решения данное уравнение может быть записано в форме, содержащей волновой оператор первого порядка. Анализ этого уравнения после перехода к характеристическим переменным показывает, что в рамках данной погрешности оно может быть записано в следующей форме:

$$-k \frac{\partial u_1}{\partial x} - 2 \frac{1}{R} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t_3 \partial x} + \frac{v^2}{3(1-v^2)} c_3^4 \frac{1}{R} \frac{\partial^4 u_1}{\partial x^4} = 0. \quad (9)$$

Таким образом, уравнение погранслоя в первоначальных переменных имеет вид

$$\frac{1}{R} \frac{\partial u_1}{\partial \xi} + \frac{1}{c_3} \frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{k}{2} u_1 - \frac{v^2}{3(1-v^2)} c_3 h^2 \frac{\partial^3 u_1}{\partial t^3} = 0. \quad (10)$$

Решение для погранслоя должно удовлетворять граничному условию на торце, которое в двумерной форме записывается следующим образом:

$$T_1 = \int_{-h}^h \varphi(\alpha_2, \alpha_3) d\alpha_3 H(t) . \quad (11)$$

Решение для T_1 , полученное с помощью интегрального преобразования Лапласа по времени, имеет вид

$$T_1 = \int_{-h}^h \varphi(\alpha_2, \alpha_3) d\alpha_3 \exp \left[-\frac{1}{R} \int_0^\xi k d\xi' \right] \times \quad (12)$$

$$\times \left(\frac{k}{k_0} \left(\frac{1}{3} + \int_0^y Ai(-y') dy' \right) - \frac{k - k_0}{k_0^2} \frac{1}{(3a\xi)^{1/3}} Ai(y) + \dots \right),$$

где $Ai(y)$ - функция Эйри, $y = \frac{1}{(a\xi)^{1/3}} (t_3 - \xi)$, $a = \frac{v^2 c_3^4}{6(1-v^2)} \eta^2$, $k_0 = k(0, \alpha_2)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гольденвейзер А. Л. Теория упругих тонких оболочек. М.: Наука, 1976.
2. Kaplunov J. D., Kossovich L. Yu., Nolde E. V. Dynamics of thin walled elastic bodies. San Diego: Academic Press, 1998. 226 p.
3. Швецова Ю. В. Динамический простой краевой эффект в скошенной круговой цилиндрической оболочке // Механика деформируемых сред. Саратов, 1997. Вып. 13. С. 83 - 87.

УДК 533.6.011: 532.529

Г. П. Шиндяпин, В. Л. Мыльцин

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И КЛАССИФИКАЦИЯ УДАРНО-ВОЛНОВЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В УСЛОВИЯХ ПАРАДОКСА НЕЙМАНА*

Проблема слабого маховского отражения (парадокс Неймана) и более общая проблема взаимодействия относительно слабых (интенсивности $P_{10}=(p_1-p_0)/V_0$, $P_{20}=(p_2-p_0)/V_0$, $V_0=r_0c_0^2$) ударных волн (с углом наклона α к вертикали) в газе и газожидкостной среде, характеризуемой параметром $R_0(\gamma)$, вызывает неизменный интерес исследователей [1 - 3], связанный с попытками построения достаточно простых моделей ударно-волновых взаимодействий, адекватно описывающих процесс.

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 99-01-00816.