

3. Кан С. Н. Строительная механика оболочек. М.: Машиностроение, 1966.
4. Крысько В. А., Куцмако А. Н. Устойчивость и колебания неоднородных оболочек. Саратов, 1999.
5. Флюгге В. Статика и динамика оболочек. М.: Госстройиздат, 1961.
6. Антоненко Э. В. Частоты свободных колебаний гладких и подкрепленных цилиндрических оболочек с упруго закрепленными краями // Прикладная механика. 1989. Т. 25. № 8. С. 122 – 126.

УДК 539.3

В. Л. Березин, Ю. П. Гуляев

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В НЕОДНОРОДНОЙ УПРУГОЙ СРЕДЕ С ЛОКАЛЬНЫМИ ЖЁСТКИМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ

Контактные задачи в упругих средах с локальными тонкостенными включениями относятся к классу наиболее сложных задач теории упругости. Основные математические подходы к решению подобных задач изложены в монографии [1].

В данной статье предлагается простой подход к решению сложной контактной задачи взаимодействия неоднородного упругого массива с абсолютно жесткими элементами, находящимися как на поверхности массива, так и внутри него. На практике такая задача возникает при изучении напряженно деформированного состояния (НДС) в рулоне сена при перемещении его с помощью захватного механизма погрузчика.

Сформулируем эту задачу. Имеется рулон сена длиной  $L_r$ , радиуса  $R_r$ , со средним удельным весом  $\gamma_r$ , который поставлен на торец. В него внедрены зубья захватного механизма в торец и в боковую поверхность (см. рисунок). При подъеме рулона манипулятором погрузчика на поверхности контакта рулона с зубьями и несущими элементами захватного механизма возникают напряжения под действием веса рулона.

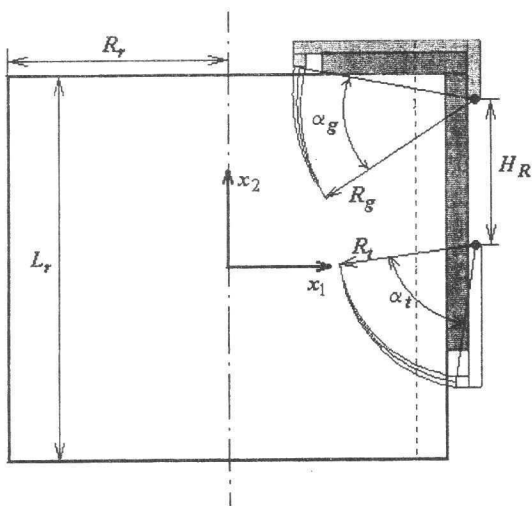


Схема захвата рулона

При подъеме рулона манипулятором погрузчика на поверхности контакта рулона с зубьями и несущими элементами захватного механизма возникают напряжения под действием веса рулона.

Захватный механизм конструктивно состоит из следующих частей: ГТ-образной базы, ГТ-образного захвата и Т-образного захвата. В зависимости от способа захвата и выполняемых операций по перемещению рулона элементы захватного механизма могут вступать в силовой контакт с рулоном сена.

Будем предполагать, что при подъёме рулона захватом, перемещения точек контактных поверхностей соответствуют жёстким смещениям точек контактных поверхностей захватного устройства. Тогда, относительно неподвижной системы координат, связанной с поверхностью земли, смещения точек вертикальной плоскости захвата примут вид

$$\begin{aligned} u_1 &= -x_1(1 - \cos(\omega)) - x_2 \sin(\omega) + u_{01}, \\ u_2 &= x_1 \sin(\omega) - x_2(1 - \cos(\omega)) + u_{02}, \\ u_3 &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $u_{01}$ ,  $u_{02}$  – горизонтальное и вертикальное смещения точки полюса (центра рулона),  $\omega$  – угол поворота захватного устройства вокруг оси, проходящей через полюс.

Силы, действующие на поверхность контакта рулона с элементами захватного устройства, будем определять их плотностью распределения по соответствующей поверхности контакта. Будем предполагать, что на каждой поверхности контакта действуют нормальные и касательные напряжения, которые возникают за счёт сухого трения стали о сено. Вектор нормальных напряжений обозначим  $\bar{P}_{nI} = -\sigma_{nI} \bar{n}$ , где  $\sigma_{nI}$  – величина нормального напряжения,  $\bar{n}$  – внешняя нормаль к контактной поверхности,  $I$  – номер контактной поверхности. Вектор касательных напряжений обозначим  $\bar{S}_{nI} = \mu \sigma_{nI} \bar{\tau}$ , где  $\mu$  – коэффициент сухого трения,  $\bar{\tau}$  – единичный касательный вектор, взятый в направлении, противоположном соответствующего касательного перемещения. Введём также следующие обозначения:

$$\bar{P}_I = \int_{\Sigma_I} \sigma_{nI} \bar{n} d\sigma, \quad \bar{S}_I = \mu \int_{\Sigma_I} \sigma_{nI} \bar{\tau} d\sigma, \quad (2)$$

где  $\bar{P}_I$ ,  $\bar{S}_I$  – соответственно главные векторы нормальных и касательных напряжений на контактной поверхности.

В первом приближении связь между контактными напряжениями и контактными нормальными перемещениями зададим законом Гука для одноосного напряжённого состояния

$$\sigma_{nI} = \frac{E(x_1, x_2, x_3) u_{nI}}{k_I l_I}, \quad (3)$$

где  $E$  – модуль Юнга материала рулона,  $u_{nI}$  – нормальные контактные перемещения,  $l_I$  – характерный линейный размер жёсткого элемента, кон-

тактирующего с рулоном,  $k_I$  – масштабный параметр, характеризующий размер контактного пятна.

Предположим, что захватный механизм повернут на угол  $\alpha$  относительно направления действия силы тяжести. Тогда необходимые условия равновесия рулона запишутся в виде

$$\begin{aligned} \sum_{I=1}^{MI} N_{pI} (\bar{P}_{1,I} + \bar{S}_{1,I}) &= P_r \sin(\alpha + \omega), \\ \sum_{I=1}^{MI} N_{pI} (\bar{P}_{2,I} + \bar{S}_{2,I}) &= P_r \cos(\alpha + \omega), \\ \sum_{I=1}^{MI} N_{pI} \bar{M}_I &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $N_p = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  – вектор, задающий количество контактных поверхностей типа  $I = \overline{1, MI}$ ,  $P_r = \pi R_r^2 L_r \gamma_r g$  – вес рулона.

Система уравнений (4) является нелинейной относительно параметров  $u_{01}$ ,  $u_{02}$  и  $\omega$ . Решив её, находим перемещения точек контактных поверхностей по формулам (1), а далее по формулам (3) определяются контактные напряжения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров В. М., Мхитарян С. М. Контактные задачи для тел с тонкими покрытиями и прослойками. М.: Наука, 1983. 488 с.

УДК 531.38

В. Г. Бирюков, Ю. Н. Челноков

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕИЗВЕСТНОЙ КОМПОНЕНТЫ ВЕКТОРА АБСОЛЮТНОЙ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ПО ИНФОРМАЦИИ О НАПРАВЛЕНИИ МЕСТНОЙ ВЕРТИКАЛИ\*

**1. Постановка задачи.** Определение вектора угловой скорости космического аппарата (КА) возможно с помощью как минимум трёх датчиков угловой скорости, оси чувствительности которых не лежат в одной плоскости. В классическом случае измерительные оси датчиков угловой скорости ортогональны, но часто используют больше трёх датчиков угловой скорости с различным пространственным расположением осей, что

\* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 99-01-00192, и научной программы "Университеты России - фундаментальные исследования", проект № 015.04.01.50.