УДК 534.1

В. В. Ридель, А. И. Ивашура

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ПРОЦЕССА ВЫХОДА НА УСТАНОВИВШИЙСЯ РЕЖИМ ДВИЖЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ С РАСПРЕДЕЛЁННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

В статье изучается поведение нелинейной динамической системы в процессе выхода её на установившийся режим колебаний под воздействием возмущающей и диссипативной силы. В качестве расчётного объекта берётся прямолинейная абсолютно гибкая нить [1], материал которой описывается законом Кельвина-Фойгта. Продольные колебания в нити возбуждаются перемещением левого её конца по гармоническому закону. Правый конец неподвижно закреплён. Процесс распространения возмущений описывается одномерным волновым уравнением, которое дополняется неравенствами, отражающими специфику сопротивления абсолютно гибкой нити растяжению – сжатию [2]

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial N}{\partial s}, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial s};$$

$$N = \begin{cases} f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}), & f \geq 0, \\ 0, & f < 0; \end{cases}$$

$$f = \varepsilon + \eta\dot{\varepsilon}, \quad \varepsilon = \partial x \big/ \partial s - 1, \quad \partial x \big/ \partial s \geq 0.$$

Здесь скорость u отнесена к скорости продольной упругой волны, координаты (x – эйлерова, s – лагранжева) – к длине нити, натяжение N – к модулю упругости (жёсткости нити на растяжение); ε – деформация; $\dot{\varepsilon} \equiv \partial\varepsilon \big/ \partial t$; η – коэффициент вязкости материала нити в модели Кельвина-Фойгта. Граничные и начальные условия задачи имеют вид

$$x(0,t) = -p\sin\omega t, \quad x(1,t) = 1+\varepsilon; \quad x(s,0) = s(1+\varepsilon_0), \quad u(s,0) = 0 \quad (s > 0),$$

где ε_0, p и ω – начальная деформация растяжения нити, амплитуда и круговая частота колебаний её левого конца.

Особенность задачи, определяющая её нелинейность, заключается в наличии неравенств в расчётной системе уравнений. Решается она численно с использованием пошаговой процедуры метода конечных разностей [3]. Выход решения на установившийся режим характеризуется отображением Пуанкаре $X_n = X(t_0 + nT)$, где n = 0, 1, 2, …, $T = 2\pi \big/ \omega$, X – анализируемая функция времени.

На рис. 1 приведены отображения Пуанкаре для сеточной функции $Nc = N(0.75,\ nT)$ при различных значениях p, а на фазовой плоскости (рис. 2) показаны обнаруженные устойчивые режимы колебаний системы:

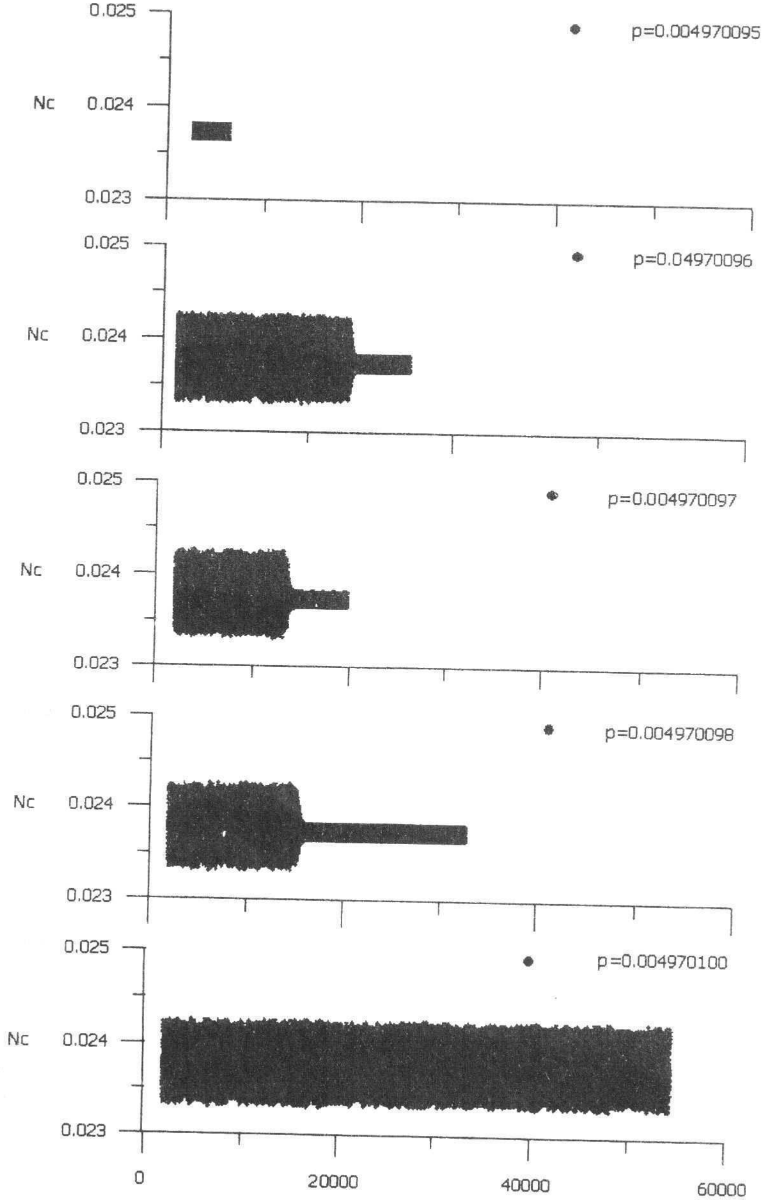
0.025
0.024
0.023
Nc
p=0.004970095
0.025
0.024
0.023
Nc
p=0.04970096
0.025
0.024
0.023
Nc
p=0.004970097
0.025
0.024
0.023
Nc
p=0.004970098
0.025
0.024
0.023
Nc
p=0.004970100
0
20000
40000
60000

Рис. 1

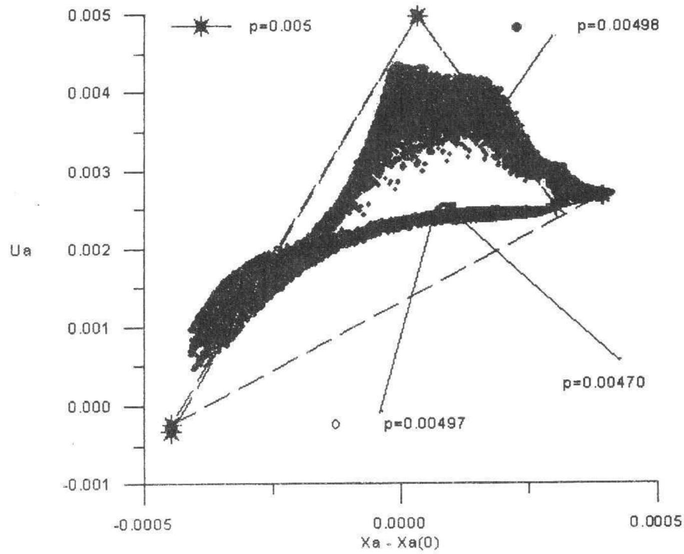

Рис. 2

периодический при $p = 0.0047$ – неподвижная точка, квазипериодический (0.00497, овал), хаотический (0.00498) и субгармонический с периодом $8T$ (0.005, 8 неподвижных точек). Длительность переходного процесса и его характер весьма различны для указанных режимов движения. Как правило, для периодических режимов этот процесс скоротечен и монотонен (от 200 до 2000 циклов). За это время система подстраивается под период вынуждающего воздействия. Иначе обстоит дело с квазипериодическими режимами. Продолжительность переходного процесса к ним может быть существенной. Так на рис. 1 видно, что при удалении параметра от устойчивого квазипериодического значения (0.00497) переходный процесс затягивается, а для $p = 0.0049701$ остаётся хаотическим. Качественная особенность его состоит в том, что устойчивый достаточно длительное время хаотический тип колебаний при наступлении критического состояния очень быстро преобразуется в квазипериодический с параметрами, близкими $p = 0.00497$. Это наиболее характерно для значений параметра в окрестности точек бифуркации решения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ильгамов М. А., Ридель В. В.* Режимы разрывных колебаний в абсолютно гибкой нити // ДАН. 1995. Т. 343, № 4. С. 478 – 481.

2. *Ридель В. В., Ильгамов М. А.* Нелинейные волны в абсолютно гибкой нити // ПМТФ. 1997. Т. 38, № 6. С. 139 – 146.

3. *Ридель В. В., Гулин Б. В.* Динамика мягких оболочек. М.: Наука, 1990. 206 с.