

Реальное значение импульса тяги  $I_1$  определяется из зависимости [2]

$$I_1 = K_n \cdot K_3 \cdot \alpha \cdot I_1^t,$$

где  $K_n$  – коэффициент качества продувки камеры;  $K_3$  – коэффициент качества заполнения камеры;  $\alpha$  – коэффициент избытка окислителя.

Коэффициенты  $K_n$ ,  $K_3$ ,  $\alpha$  определены экспериментально [2].

Расчёты проводились для компонентов топлива и детонационной камеры, на которых проводился натурный эксперимент, включающий 106 детонационных циклов.

*Исходные данные для расчёта:*

компоненты топлива –  $C_2H_2 +$  воздух;  $l = 0,283$  м;  $S = 0,0512$  м<sup>2</sup>;  
 $\gamma_1 = 1,4$ ;  $\gamma_2 = 1,28$ ;  $\rho_1 = 1,35$  кг/м<sup>3</sup>;  $p_1 = 1,0132 \cdot 10^5$  Па;  $h^2 = 60$ .

*Результаты расчётов:*

$M_1 = 5,3087$ ;  $p_s = 17,9774 \cdot 10^5$  Па;  $\rho_s = 2,3452$  кг/м<sup>3</sup>;  $v_s = 747,93$  м/с;  
 $a_s = 1014,54$  м/с;  $U = 1762,47$  м/с;  $t_k = 0,00138$  с;  
 $I_1^t = 17,97$  Н·с;  $I_1 = 4,2265$  Н·с (для  $K_n = 0,42$ ;  $K_3 = 0,56$ ;  $\alpha = 1,0$ ).

Экспериментальное значение единичного импульса  $I_1^3 = 3,8475$  Н·с.

Время движения детонационной волны вдоль камеры 0,00016 с. В области 3 у закрытого конца камеры давление  $p_3 = 6,6402 \cdot 10^5$  Па, плотность  $\rho_3 = 1,0771$  кг/м<sup>3</sup>. Эти значения параметров у закрытого конца камеры сохраняются в течение 0,00043 с до прихода фронта волны разрежения от открытого конца камеры.

**5. Вывод.** Развита модель достаточно хорошо описывает газодинамические процессы в камере детонационного двигателя.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Станюкович К. П. Неустановившиеся движения сплошной среды. 2-е изд. М.: Наука, 1971.
2. Поршнев В. А., Федоренко О. Н. Теоретико-экспериментальная методика расчёта основных параметров детонационных реактивных двигателей // Аэродинамика: Ударно-волновые процессы: Межвуз. сб. науч. тр. Вып. 15(18). Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2000. С. 82 – 88.

УДК 533.6.011:532.529

Г. Д. Севостьянов

### РЕГУЛЯРНОЕ ОТРАЖЕНИЕ ОКОЛОЗВУКОВОГО СКАЧКА ОТ СТЕНКИ

Рассмотрим регулярное отражение косоугольного скачка  $AO$  от плоской стенки (оси  $x$ ) в виде криволинейного скачка  $OB$  (причина его искривления – излом стенки ниже по потоку и вдали от точки  $O$  отраже-

ния). Требуется найти течение газа вблизи точки отражения за скачком  $OB$ . Задача рассматривалась еще Крокко [1], который ввел при этом "ежевидную" ударную поляру. Гудерлей [2] на плоскости годографа скорости для уравнения Трикоми получил первое приближение решения, заменив ударную поляру её касательной. В теории "коротких" волн на ударной волне оба условия не удовлетворены для аналогичной задачи.

Направим ось  $y$  перпендикулярно стенке в сторону потока. Течение газа описывается уравнениями Фальковича-Кармана [3] ( $u = M^2 - 1$ ,  $M$  - число Маха)

$$u u_x = v_y, \quad v_x = u_y, \quad (1)$$

на скачке  $x = h(y)$  имеем два условия

$$h' = -\frac{[v]}{[u]}, \quad (h')^2 = \langle u \rangle, \quad (2)$$

$[f]$ ,  $\langle f \rangle$  - разность и полусумма значений  $f_+$  и  $f_-$  разрывной функции  $f$  на скачке.

До скачка  $AO$  имеем однородный слабосверхзвуковой поток:  $u = u_\infty = M_\infty^2 - 1 > 0$ ,  $v = v_\infty = 0$ ; на  $AO$ :  $x = -\gamma y$ ,  $\gamma = \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$ ;  $\omega = \frac{\pi}{2} - \alpha$  - угол падения скачка  $AO$ ; уравнение  $x = h(y)$  скачка  $OB$  неизвестно.

Между скачками  $AO$  и  $OB$  имеется однородный поток:  $u = u_1 > 0$ ,  $v = v_1 < 0$ , его параметры найдем, если в точке  $O$  имеем точку Крокко [2]:

$$u_1 = z u_\infty, \quad u_c = -u_1/7, \quad v_c = 0, \quad z \approx 0,6060, \quad v_1 = -0,3529 u_\infty^{3/2}, \quad (3)$$

$$\alpha \approx \gamma = 0,8961 \sqrt{u_\infty}, \quad \beta \approx \delta = \operatorname{tg} \beta = 0,5096 \sqrt{u_\infty}.$$

Здесь  $\beta$  - угол наклона касательной к скачку  $OB$  к оси  $y$  в точке  $O$  (тогда  $\omega' = \frac{\pi}{2} - \beta$  - угол отражения).

Из условий (2) на  $OB$  имеем

$$u = u_+ = u_c + 4\delta G(y) + 2G^2(y),$$

$$v = v_+ = 4u_c G(y) - 6\delta G^2(y) - 2G^3(y), \quad (4)$$

$$h'(y) = g(y) = \delta + G(y), \quad G(0) = 0.$$

Функции  $h$ ,  $g$ ,  $G$  подлежат определению.

Ищем  $G$  и  $h$  в виде ряда по  $y$  с неизвестными постоянными коэффициентами

$$G(y) = c_0 y + c_1 y^2 + c_2 y^3 + \dots$$

$$x = h(y) = \delta y + c_0 y^2 / 2 + c_1 y^3 / 3 + \dots \quad (5)$$

За скачком  $OB$  поле течения определяем через решение системы (1) для плоской стенки

$$\begin{aligned} u &= a_0(x) + a_1(x)y^2 + a_2(x)y^4 + \dots \\ v &= b_0(x)y + b_1(x)y^3 + b_2(x)y^5 + \dots \end{aligned} \quad (6)$$

где все коэффициенты выражаются через одну пока произвольную функцию  $a_0(x)$ :  $b_0 = a_0 a_0'$ ,  $a_1 = b_0' / 2$ , ...

Ищем её в виде ряда

$$a_0(x) = u_c + g_c x + d_1 x^2 + d_2 x^3 + \dots \quad (7)$$

Здесь  $g_c = [u_x(x, 0)]_c$  – параметр, пропорциональный кривизне скачка  $OB$  в точке  $O$ . Записав (6) на скачке  $OB$  ( $x = h(y)$ ) и учитывая (4), (5), найдем коэффициенты в (5) и (7)

$$\begin{aligned} c_0 &= \frac{g_c}{4}, \quad c_1 = -\frac{15 \delta g_c^2}{64 u_c} > 0, \dots \\ d_0 &= g_c, \quad d_1 = -\frac{37 g_c^2}{32 u_c} > 0, \dots \end{aligned} \quad (8)$$

Уравнение отраженного скачка  $OB$

$$x = h(y) = \delta y + g_c \frac{y^2}{8} - \frac{5 \delta g_c^2 y^3}{64 u_c} + \dots \quad (9)$$

для ускоренного потока за  $OB$   $g_c > 0$ , для замедленного  $g_c < 0$ , для косяка скачка  $OB$   $g_c = 0$ .

Из (6) с помощью (7) и (8) определим поле скорости потока за  $OB$ :

$$\begin{aligned} u &= u_c + g_c x - \left( 37 \frac{x^2}{u_c} + 21 y^2 \right) \frac{g_c^2}{32} + \dots, \\ v &= g_c y \left[ u_c - \frac{21}{16} g_c x + \dots \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Тогда величина  $V$  скорости и угол  $\theta$  её наклона к стенке  $x$  определяются из формул

$$V^2 = V_\infty^2 + \left[ 1 + 2 \frac{u - u_\infty}{(\kappa + 1) M_\infty^2} \right]; \quad \theta = \frac{v}{(\kappa + 1) M_\infty^2}, \quad (11)$$

$\kappa > 1$  – отношение теплоёмкостей.

Коэффициент давления  $c_p$  выражается через функцию  $u$ :

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2} = -2 \frac{u - u_\infty}{(\kappa + 1) M_\infty^2}, \quad (12)$$

$p$  – давление,  $\rho$  – плотность, при этом на стенке ( $y=0$ )

$$\Delta c_p = c_p - c_{pc} = -\frac{2}{(\kappa + 1)M_\infty^2} \left[ g_c x - \frac{37}{32u_c} (g_c x)^2 + \dots \right]. \quad (13)$$

Полученное околзвуковое решение за *OB* можно записать в виде околзвукового закона подобия Кармана-Фальковича (1947)

$$\begin{aligned} X &= \frac{|g_c|}{|u_c|} x, \quad Y = \frac{|g_c|}{\sqrt{|u_c|}} y, \quad |u_c| = \varepsilon^2 \ll 1, \\ \frac{u}{|u_c|} &= U(X, Y) = -1 + X \operatorname{sign} g_c + \frac{37}{32} X^2 - \frac{21}{32} Y^2 + \dots, \\ \frac{v}{|u_c|^{3/2}} &= V(X, Y) = Y \left( -\operatorname{sign} g_c - \frac{21}{16} X + \dots \right), \\ \Delta C_p|_{Y=0} &= \frac{\Delta c_p (\kappa + 1) M_\infty^2}{2|u_c|} = -X \left( \operatorname{sign} g_c + \frac{37}{32} X + \dots \right), \\ X = H(Y) &= \sqrt{3} Y + \frac{1}{8} Y^2 \operatorname{sign} g_c + \frac{5\sqrt{3}}{64} Y^3 + \dots \end{aligned} \quad (14)$$

Решение содержит параметры  $M_\infty = \sqrt{1 + u_\infty} > 1$  и  $g_c$  и отражает первое и второе приближение, остальные также получаются.

В системе (1) можно ввести интегропотенциал  $I(x, y)$  равенствами

$$u = I_{xx}, \quad v = I_{xy},$$

который определяется из уравнения

$$(I_{xx})^2 = 2I_{yy},$$

допускающего введение геометрии в пространстве  $x y I$ . Интегропотенциал непрерывен с первой производной при переходе через скачок уплотнения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Crocco L. Singolarità della corrente gassosa iperacustica nell'intorno di una prora a diedro // *Aerotechnica*. 1937. № 17. P. 519.
2. Guderley K. G. Theorie schallnaher strömungen. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verlag. 1957 / Пер. с нем. К. Г. Гудерлей. Теория околзвуковых течений. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1960.
3. Севостьянов Г. Д. Основы теории околзвуковых течений газа. Ч. 1. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1987.