

1. Челноков Ю. Н. Применение кватернионов в теории орбитального движения искусственного спутника. Ч. II // Космич. исслед. 1993. Т. 31. Вып. 3. С. 3 – 15.

УДК 531.383: 532.516

**А. М. Чернов**

### **ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ РЕАКЦИИ В ПОПЛАВКОВОМ МАЯТНИКОВОМ АКСЕЛЕРОМЕТРЕ С УПРУГИМ КОРПУСОМ НА ВИБРИРУЮЩЕМ ОСНОВАНИИ**

Определяется влияние упругости корпуса поплавкового маятниково-го акселерометра (ПМА) на гидродинамические реакции при вибрации основания, на которое крепится прибор.

ПМА представляет собой маятниковую массу  $m$  на плече  $l$ , направленном вертикально вниз, закреплённую внутри цилиндрического поплавка. Поплавок – абсолютно твёрдое тело, взвешен в вязкой несжимаемой жидкости, заполняющей пространство между поплавком и внешним цилиндрическим корпусом. Поплавок удерживается внутри цилиндрического корпуса так, что у него в идеале остаётся одна степень свободы, а именно: поворот вокруг оси цилиндра (выходная ось). При работе ускорение, перпендикулярное плечу, на котором находится маятниковая масса, поворачивает поплавок вокруг выходной оси. Этот момент уравнивается моментом электрической пружины. Поэтому угловое отклонение вокруг выходной оси оказывается пропорционально ускорению. Опоры подвеса поплавка представляют собой камневые опоры и магнитный подвес. Оси координат  $O_1x_1y_1z_1$  жёстко связаны с корпусом прибора,  $O_1$  – центр камеры и центр масс прибора,  $l_1$  – длина камеры,  $R_1$  – радиус камеры,  $x_1, y_1, z_1$  – главные оси симметрии тела. Система  $O_2x_2y_2z_2$  – жёстко связана с корпусом поплавка;  $x_2, y_2, z_2$  – главные оси инерции корпуса поплавка;  $l_2, R_2$  – длина и наружный радиус.

Поддерживающий и демпфирующий слой вязкой несжимаемой жидкости полностью заполняет зазоры  $\delta = R_1 - R_2$  и  $a = \frac{l_1 - l_2}{2}$  между стенками камеры и поплавка.

Корпус прибора – упругая замкнутая цилиндрическая оболочка с жёстким защемлением по торцам.

Рассмотрим абсолютное ускорение центра масс  $\bar{W}_1$  абсолютно жёстких торцевых дисков корпуса прибора. Будем считать отсутствующим течение жидкости из цилиндрической щели в торцевые щели.

Абсолютное ускорение единицы объёма жидкости в камере имеет вид

$$\bar{W}_4 = \bar{W}_1 + \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + (\bar{V} \cdot \nabla) \bar{V},$$

где  $\nabla$  – оператор Гамильтона;  $\bar{r} = r\bar{n}_r + y\bar{j}$  – радиус-вектор центра масс жидкой частицы относительно полюса  $O_1$  цилиндрической системы координат  $r, \theta, y$  (подход Эйлера);  $\bar{V} = V_r\bar{n}_r + V_\theta\bar{n}_\theta + V_y\bar{j}$  – скорость жидкости относительно камеры в проекциях на оси  $r, \theta, y$ ;  $\bar{n}_r, \bar{n}_\theta, \bar{j}$  – орты базиса цилиндрической системы координат  $r, \theta, y$ .

Рассмотрим уравнение движения жидкости, окружающей поплавков в поплавковой камере. Уравнение Навье-Стокса и уравнение неразрывности для вязкой несжимаемой жидкости с учётом переносного движения основания маятникового акселерометра в выбранной системе координат  $r, \theta, y$ , жёстко связанной с центром поплавковой камеры, примут вид

$$\bar{W}_4 = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \Delta \bar{V}, \quad \nabla \bar{V} = 0,$$

где  $P$  – давление жидкости,  $\rho$  – плотность,  $\nu$  – кинематический коэффициент вязкости,  $\Delta$  – оператор Лапласа.

Граничные условия на непроницаемой поверхности поплавка в цилиндрической щели

$$V_r = \frac{\partial u_3}{\partial t}; V_\theta = \frac{\partial u_2}{\partial t}; V_y = -\frac{\partial u_1}{\partial t}, \text{ при } r = R_2 + \delta + u_3$$

$$V_r = \dot{x}_1 \sin(\theta + \varphi) + \dot{z}_1 \cos(\theta + \varphi); V_\theta = \dot{x}_1 \cos(\theta + \varphi) - \dot{z}_1 \sin(\theta + \varphi);$$

$$V_y = 0, \text{ при } r = R_2 + e \cos \theta,$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0 \text{ при } y = \pm \frac{l_2}{2},$$

где

$$u_1 = u_1(y, \theta, t) \text{ – продольное упругое перемещение оболочки};$$

$$u_2 = u_2(y, \theta, t) \text{ – окружное упругое перемещение оболочки};$$

$$u_3 = u_3(y, \theta, t) \text{ – прогиб оболочки};$$

$x_1, z_1$  – перемещения центра масс поплавка относительно центра масс камеры.

Упругие перемещения оболочки корпуса ПМА удовлетворяют линейным уравнениям динамики упругой замкнутой цилиндрической оболочки с краевыми условиями для жёсткого защемления на торцах.

Торцевое истечение жидкости отсутствует, когда ширина торцевых щелей  $a$  значительно меньше ширины цилиндрической щели  $\delta$ .

Полученная система решается методом возмущений. За малые параметры принимаем относительный эксцентриситет  $\lambda \ll 1$  и относительную ширину цилиндрического слоя жидкости.

В табл. 1 приведены значения перемещений поплавка (м) при отсутствии избытка массы (нулевой плавучести) в приборах с упругим и твёрдым корпусом при гармоническом законе виброускорения с амплитудой 25g.

Таблица 1

Частота, рад/с	2,40E+03	3,42E+04	5,22E+04
Упругий, м	8,12E-09	1,66E-09	6,59E-10
Твёрдый, м	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00

В табл. 2 приведены значения перемещений поплавка при избытке в 5% массы в приборах с упругим и твёрдым корпусом при том же самом виброускорении.

Таблица 2

Частота, рад/с	2,40E+03	3,42E+04	5,22E+04
Упругий, м	7,41E-09	1,68E-09	6,69E-10
Твёрдый, м	4,53E-09	5,02E-11	2,22E-11

Расчёты показали, что при твёрдом корпусе прибора при отсутствии избытка массы –  $\Delta m$  перемещений не происходит, а при упругом корпусе прибора появляются перемещения. При избытке массы влияние упругости на перемещение поплавка значительно возрастает.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коновалов С. Ф., Медведева И. И., Трунов А. А. Экспериментальное исследование движения поплавка внутри поплавковой камеры, заполненной вязкой жидкостью // Прикладная гидродинамика поплавковых приборов: Тр. МВТУ им. Н. Э. Баумана. М., 1982. № 375. С. 60 – 65.
2. Коновалов С. Ф., Трунов А. А. Влияние упругих деформаций сильфона и кронштейна выносного элемента на виброустойчивость поплавкового прибора // Прикладная гидродинамика поплавковых приборов: Тр. МВТУ им. Н. Э. Баумана. М., 1982. № 372. С. 25 – 29.
3. Андрейченко К. П., Мозилевич Л. И. Динамика гироскопов с цилиндрическим поплавковым подвесом. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1987. 160 с.

УДК 533.6.011

И. А. Чернов

#### ПРИМЕР ТРАНСЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ КОНЕЧНОГО ТЕЛА ПО СХЕМЕ ГЕЛЬМГОЛЬЦА

Рассмотрим обтекание тела однородным трансзвуковым потоком идеального газа. Потенциал скоростей  $\Phi(X, Y)$  (вектор скорости  $v$  равен  $\text{grad } \Phi(X, Y)$ ) может быть записан в виде

$$\Phi(X, Y) = U \cdot \{X + R \cdot \delta \cdot (\varphi(x, y, K) + K \cdot x) + \dots\}.$$