По указанным причинам для решения задач планирования железнодорожных перевозок было решено использовать класс генетических алгоритмов, лишенных вышеуказанных недостатков.

Генетические алгоритмы (ГА) – адаптивные методы поиска, которые в последнее время часто используются для решения задач функциональной оптимизации. Они основаны на генетических процессах биологических организмов: биологические популяции развиваются в течение нескольких поколений, подчиняясь законам естественного отбора – "выживает наиболее приспособленный".

В реализованном алгоритме понятие особи соответствует варианту плана работ. В сменно-суточном планировании особь это сменно-суточный план, популяция – варианты сменно-суточного плана. Отбор заключается в формировании группы вариантов плана. Сменно-суточное планирование проводится на основании нормативов и по критериям оптимальности.

Оценка качества заключается в проверке условий окончания вычислений. Результатом работы алгоритма является набор приемлемых вариантов плана с выдачей показателей качества вариантов по многим критериям.

В настоящее время реализована первая версия информационной системы сменно-суточного планирования, управляющая движением транзитных поездов.

УДК 517.984

С. А. Бутерин

О ЕДИНСТВЕННОСТИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ОДНОМЕРНОГО ВОЗМУЩЕНИЯ ОПЕРАТОРА СВЕРТКИ*

Зафиксируем $n \ge 1$. Пусть $\Lambda = \{\lambda_k\}$ – совокупность всех характеристических чисел интегрального оператора $A = A(M, g, v)$ вида

$$Af = Mf + g(x)\int_0^T f(t)v(t)dt, \quad Mf = \int_0^x M(x-t)f(t)dt, \quad 0 \le x \le T, \tag{1}$$

где $M(x) \in W_2^{n+1}[0,T]$, $g(x), v(x) \in W_2^1[0,T]$, $M^{(j)}(0) = \delta_{j,n-1}$, $j = \overline{0,n}$, $g(0)v(T) \ne 0$. Здесь $\delta_{j,n-1}$ – символ Кронекера. В статье рассматривается следующая обратная задача.

ЗАДАЧА 1. По заданным функциям $g(x)$, $v(x)$ и совокупности Λ характеристических чисел оператора A найти функцию $M(x)$.

Заметим, что обратные задачи для интегральных операторов изучались также в [1, 2]. В [1] рассматривается оператор вида (1) в случае, когда

---

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 00-01-00741.

$Mf = \int_0^x M(x,t) f(t) dt$ подобен оператору интегрирования, и решаются обратные задачи восстановления функций $g(x)$, $v(x)$ при известной $M(x,t)$ по Λ и так называемым коэффициентам Левинсона. В [2] этот результат распространяется на случай, когда оператор M подобен второй степени оператора интегрирования.

Наряду с оператором $A = A(M, g, v)$ будем рассматривать оператор $\widetilde{A} = A(\widetilde{M}, g, v)$ с теми же функциями $g(x)$, $v(x)$. Условимся, что если некоторый символ α обозначает объект, относящийся к оператору A, то символ $\widetilde{\alpha}$ обозначает аналогичный объект, относящийся к оператору $\widetilde{A}$.

ТЕОРЕМА 1. Если $\Lambda = \widetilde{\Lambda}$, то $M(x) \equiv \widetilde{M}(x)$. Таким образом, задание множества Λ характеристических чисел оператора $A = A(M, g, v)$ определяет оператор однозначно в предположении, что функции $g(x)$, $v(x)$ известны *a priori*.

Доказательство. Согласно теореме Л. А. Сахновича об извлечении корня из оператора [3, 4] существует функция $M_1(x) \in W_2^2[0,T]$ такая, что $M_1(0) = 1$, $M_1'(0) = 0$, и $M_1^n = M$, где $M_1 f = \int_0^x M_1(x-t) f(t) dt$. Можно показать, что оператор $D = M_1^{-1}$ имеет вид

$$Dy = y'(x) + \int_0^x H(x-t) y(t) dt, \quad y(0) = 0, \text{ где } H(x) \in L_2(0,T).$$

Известно, что характеристические числа λ_k оператора A совпадают с нулями целой функции

$$L(\lambda) = 1 - \lambda \int_0^T v(x) g(x,\lambda) dx,$$

где $g(x,\lambda) = (E - \lambda M)^{-1} g$, а E – единичный оператор.

Для доказательства теоремы приведём несколько вспомогательных утверждений. Обозначим $f^{*1}(x) = f(x)$, $f^{*(k+1)}(x) = (f * f^{*k})(x)$, $k \geq 1$, где $f_1 * f_2$ обозначает свертку функций f_1 и f_2.

ЛЕММА 1. Функция $L(\lambda)$ имеет вид

$$L(\lambda) = 1 + a\delta_{1,n} - b\lambda S(T,\lambda) + \lambda \int_0^T w(x) S(x,\lambda) dx,$$

где $b = g(0) v(T)$,

$$w(x) = -\mu''(x),\ \mu(x) = \mu_0(x) + \int_0^{T-x} P(x+t,t) \mu_0(x+t) dt,\ \mu_0(x) = \int_x^T v(t) g(t-x) dt,$$

$$P(x,t) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(t-x)^j}{j!} H^{*j}(t), \quad S(x,\lambda) = \frac{1}{n\rho} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\varepsilon_k} \exp(\varepsilon_k \rho x), \quad \rho^n = \lambda,$$

ε_k, $k=\overline{1,n}$, все корни n-й степени из 1, a – некоторая константа.

ЛЕММА 2. Справедливо представление

$$L(\lambda)=\exp(-\mu_0(0)\delta_{1,n}\lambda)\prod_k\left(1-\frac{\lambda}{\lambda_k}\right)\exp\left(\delta_{1,n}\frac{\lambda}{\lambda_k}\right).$$

Заметим, что на соотношение $w(x)=-\mu''(x)$ можно смотреть как на нелинейное интегральное уравнение относительно функции $H(x)$. В самом деле, производя дифференцирование и осуществляя замену $x\to T-x$, приходим к

$$H=\varphi+BH\,, \qquad (2)$$

где $\varphi(x)=\dfrac{w(T-x)+\mu_0''(T-x)}{bT}$, $BH=\sum\limits_{j=1}^{\infty}\left(b_j(x)H^{*j}(x)+\int\limits_0^x B_j(x,t)H^{*j}(t)dt\right)$,

$$B_j(x,t)=\frac{1}{bT}\frac{(x-T)^{j-2}}{j!}\big(j(j-1)\mu_0(T-x+t)+2j(T-x)\mu_0'(T-x+t)+$$

$$+(T-x)^2\mu_0''(T-x+t)\big),\quad j\ge 1,\quad b_1(x)=\frac{x}{T},\quad b_j(x)=\frac{1}{T}\frac{(x-T)^j}{j!},\ j\ge 2.$$

ЛЕММА 3. Функция $H(x)$ является единственным решением уравнения (2) в пространстве $L_2(0,T)$.

Доказательство. Пусть функция $\widetilde{H}(x)\in L_2(0,T)$ также является решением (2), тогда можно показать, что функция $\widehat{H}(x)=H(x)-\widetilde{H}(x)$ удовлетворяет уравнению

$$0=b(x)\widehat{H}(x)+\int\limits_0^x B(x,t)\widehat{H}(t)dt\,, \qquad (3)$$

где $b(x)=b_1(x)-1$,

$$B(x,t)=B_1(x,t)+\sum_{j=2}^{\infty}\left(b_j(x)\Psi_j(x-t)+\int\limits_0^{x-t}B_j(x,t+\tau)\Psi_j(\tau)d\tau\right),$$

$\Psi_j=H^{*(j-1)}+H^{*(j-2)}*\widetilde{H}^{*1}+\ldots+\widetilde{H}^{*(j-1)}$, причем функция $B(x,t)$ суммируема с квадратом.

Из единственности решения уравнения (3) на каждом интервале $(0,T_1)$, $T_1<T$, следует, что $H(x)=\widetilde{H}(x)$ почти всюду на $(0,T)$. □

Вернемся к доказательству теоремы 1. Согласно лемме 2 в условиях теоремы $L(\lambda)=\widetilde{L}(\lambda)$, откуда в силу леммы 1

$$(a-\widetilde{a})\delta_{1,n}+\lambda\int\limits_0^T(w(x)-\widetilde{w}(x))S(x,\lambda)dx=0\,.$$

Таким образом, $w(x)=\widetilde{w}(x)$ почти всюду на $(0,T)$, и обе функции $H(x)$ и $\widetilde{H}(x)$ удовлетворяют (2). Согласно лемме 3 $H(x)=\widetilde{H}(x)$ почти всюду на $(0,T)$, откуда $D=\widetilde{D}$, $M_1=\widetilde{M}_1$, а, значит, и $M=\widetilde{M}$, то есть $M(x)\equiv\widetilde{M}(x)$. □

Исследована также глобальная разрешимость уравнения вида (2) и получен алгоритм решения задачи 1 вместе с необходимыми и достаточными условиями ее разрешимости.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Юрко В. А.* Обратная задача для интегральных операторов // Мат. заметки. 1985. Т. 37(5). С. 690 – 701.

2. *Бутерин С. А.* Обратная задача для одномерного возмущения интегральных вольтерровских операторов // Современные проблемы теории функций и их приложения: Тез. докладов 11-й Сарат. зимней школы. Саратов: Изд-во ГосУНЦ "Колледж", 2002. С. 36 – 37.

3. *Сахнович Л. А.* О приведении вольтерровых операторов к простейшему виду // Изв. АН СССР. 1957. Т. 21. С. 235 – 262.

4. *Юрко В. А.* О порождающих элементах операторов вида $Kf=\int_0^x f(t)K(x-t)dt$ // Дифференциальные уравнения и вычислительная математика: Межвуз. сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Сарат ун-та, 1973. Вып. 3. С. 79 – 102.

УДК 518.6

Л. Ф. Вахлаева, Т. В. Молоденкова, Е. А. Павлова

РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ ДЛЯ СЛАБОНЕЛИНЕЙНОГО МНОГОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

При решении разностных краевых задач для многомерных уравнений математической физики важным вопросом является выбор порядка аппроксимации по пространственным координатам, а также поиск экономичного алгоритма решения соответствующих систем разностных уравнений. В [1] даны схемы второго и четвертого порядка точности для стационарного и нестационарного линейного уравнения теплопроводности. В [2] приведена схема второго порядка для слабонелинейного стационарного уравнения теплопроводности в прямоугольной области в случае первой краевой задачи. Доказана сходимость к решению дифференциальной задачи. В случае третьей краевой задачи методом аппроксимации квадратичного функционала в [3] построена разностная схема повышенной точности для стационарного линейного трехмерного уравнения теплопроводности с постоянными коэффициентами при старших и младших производных, показана сходимость к точному решению и эффективность на модельных за-