соответствует $K_0 = 2t[(x_1+0.5)^2+(x_2+0.5)^2]-16(p-1)t^4/(p_1^2+p_2^2)$, где $p=U$, $p_\alpha = \partial U/\partial x_\alpha$. Для достижения точности 10^{-4} потребовалось для явной схемы в 370 раз больше действий, чем для схемы повышенного порядка точности, а для неявной схемы $(\sigma_1=\sigma_2=1)$ в 9 раз больше, чем для схемы повышенного порядка точности.

Вычислительные эксперименты на модельных задачах, для которых известны точные решения, показали, что самым экономичным алгоритмом является метод переменных направлений для схемы повышенной точности, так как позволяет использовать более крупную сетку и сокращает порядок системы на каждом временном слое в десятки раз по сравнению со схемой второго порядка, что очень важно при решении многомерных задач. Разработанные алгоритмы и комплекс программ представляют интерес для практики решения нестационарного слабонелинейного многомерного уравнения теплопроводности в прямоугольной области, так как требуют только задания функции K_0, границ прямоугольной области и числа разбиений по пространственным и временной координатам.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Самарский А.А.* Теория разностных схем. М.: Наука, 1977.

2. *Самарский А.А., Николаев Е.С.* Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978.

3. *Вахлаева Л.Ф., Крысько В.А.* Устойчивость гибких пологих оболочек в температурном поле // Прикладная механика. 1983. Т. 19, № 1. С. 16 – 23.

4. *Вахлаева Л.Ф.* Разностные схемы повышенной точности для эллиптических уравнений // Математика и ее приложения: Межвуз. сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1991. Вып. 2. С. 74 – 77.

5. *Вахлаева Л.Ф., Вахлаева Т.В.* Разностные схемы повышенной точности для слабонелинейного эллиптического уравнения и сравнение со схемами второго порядка точности. Саратов, 1996. 9 с. Деп. в ВИНИТИ 24.09.96, № 2855 - В96.

6. *Вахлаева Л.Ф., Вахлаева Т.В., Павлова Е.А.* Экономичные алгоритмы решения разностных краевых задач для эллиптических уравнений // Математика. Механика: Сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2001. Вып. 3. С. 21 – 23.

УДК 511.23

А. М. Водолазов

К ПРОБЛЕМАМ ОБОБЩЁННЫХ ХАРАКТЕРОВ

В 1950 г. Н. Г. Чудаков выдвинул следующую гипотезу [1]: мультипликативная, конечнозначная числовая функция $h(n)$ с полной базой и ограниченной сумматорной функцией $S(x)=\sum_{n\le x} h(n) = 0(1)$ является характером Дирихле.

Функция $h(n)$, удовлетворяющая гипотезе Н.Г. Чудакова, называется обобщённым характером, а проблему, заключающуюся в решении гипотезы, называют проблемой обобщённых характеров.

Рассмотрим задачу, непосредственно связанную с проблемой обобщённых характеров, – задачу аналитического продолжения ряда Дирихле

$$f(s)=\sum_{1}^{\infty}\frac{h(n)}{n^{s}}. \quad (1)$$

Как показано в [2] задача аналитического продолжения ряда Дирихле (1) целым образом в комплексную плоскость эквивалентна задаче существования радиальных производных степенного ряда $q(z)=\sum_{1}^{\infty}h(n)z^{n}$ в точке $z=1$, т.е. существованию пределов вида

$$\lim_{x\to 1-0}q^{(m)}(x)=a_m, \quad m=0,1,\ldots \quad . \quad (2)$$

В данной статье обсуждается аппроксимационный подход в задаче существования пределов вида (2), который предполагает исследование скорости приближения функций, определённых на отрезке [0,1] степенными рядами с мультипликативными коэффициентами, алгебраическими полиномами.

Действительно, пусть $E_n(q)$величина наилучшего приближения такой функции алгебраическими полиномами степени $\le n$, в равномерной норме.

Тогда имеет место

ТЕОРЕМА 1. Если $E_n(q)n^{p}\to 0$ при $n\to\infty$ для любого $p>1$, то существуют конечные производные вида (2).

Для оценки величин $E_n(q)$ автор рассмотрел $E_n^{*}(q)$ – величину наилучшего приближения функции $q(z)=\sum_{1}^{\infty}a_n x^{n}$ алгебраическим полиномами с мультипликативными коэффициентами и сравнил величины $E_n(q)$ и $E_n^{*}(q)$.

В этом направлении доказаны следующие результаты.

ТЕОРЕМА 2. Имеют место оценки

$$E_n^{*}(q)\le Cw\left(q,\frac{\ln n}{n}\right),$$

где C – константа, независящая от q и n, а $w(q,\delta)$ – модуль непрерывности функции $q(x)$.

В основе доказательства теоремы 2 лежит сравнение величин $E_n^{*}(q)$ и $\hat{E}_n(\hat{q})$, где $\hat{q}$ определяется слагаемыми ряда q соответствующими простым степеням x, а $\hat{E}_n(\hat{q})$ – величина наилучшего приближения функции $\hat{q}$ алгебраическими полиномами степени $\leq n$, у которых коэффициенты при составных степенях x равны 0.

Утверждение теоремы 2 получается в результате предельного перехода при $\varepsilon \to 0$ в соотношениях для величин $E_n^*(q)$ и $\hat{E}_n(\hat{q})$, имеющих место на отрезке $[0,1-\varepsilon]$.

ТЕОРЕМА 3. Имеют место следующие соотношения:

$$E_n(q) \leq \varphi(n) E_n^*(q),$$

где $\varphi(n)$ – некоторая функция, удовлетворяющая условию $\varphi(n) \to 0$ при $n \to \infty$.

Утверждение теоремы 3 проводится сначала для случая характера Дирихле, а затем используется результат, доказанный В.В. Глазковым [3], о том, что если $a_n, a_{n+1}, \ldots, a_{n+s}$ – произвольные корни из единицы, то существует характер Дирихле $\chi(n)$ такой, что $\chi(n) = a_n, \ldots,\ \chi(n+s) = a_{n+s}$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Чудаков Н.Г., Родосский К.А.* Об обобщённом характере // ДАН СССР. 1950. Т. 73. С. 1137 – 1139.

2. *Кузнецов В.Н.* К задаче описания рядов Дирихле, определяющих целые функции // Тр. 3-й Сарат. зимней шк. по теории функций и приближений. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1988. Ч. 2. С. 113 – 115.

3. *Глазков В.В.* Характеры мультипликативной полугруппы натуральных чисел // Исследования по теории чисел. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1968. Вып. 2. С. 3 – 40.

УДК 517.5

С. С. Волосивец

СИЛЬНЫЙ $\mathbb{P}$-ИЧНЫЙ ИНТЕГРАЛ И СИЛЬНАЯ $\mathbb{P}$-ИЧНАЯ ПРОИЗВОДНАЯ*

Пусть $\mathbb{P} = \{p_j\}_{|j| \in N}$, $p_j \in N$, $2 \leq p_j \leq C$, $p_{-j} = p_j$. Положим $m_j = p_1 \ldots p_j$ при $j \in N$, $m_0 = 1$ и $m_{-l} = \dfrac{1}{m_l}$ при $l \in N$.

Каждому $x \in [0, +\infty)$ можно сопоставить разложение

* Работа выполнена при поддержке программы «Ведущие научные школы», проект № 00-15-96123.