$$p_n(A,t_k)=\mu_k\left(y_{2,k}-\rho^*\right)+\left(1-\mu_k\right)\left(y_{1,k}-\rho^*\right), k\in[0:n+1]\setminus Z, k\neq k_0. \quad (10)$$

Нетрудно увидеть, в силу теоремы 3, что найдётся $k_0\in[0:n+1]\setminus Z$ и набор параметров $\mu_k\in\{0,1\}$, $k\in[0:n+1]$, $k\neq k_0$, при которых решение A^* системы (9) – (10) будет одновременно решением задачи (1), то есть $A^*\in\mathfrak{R}$. Критерием распознавания решения служит условие $f\left(A^*,k_0\right)\leq\rho^*$. Таким образом, для нахождения A^* требуется решить не более чем $\left(n+2-|Z|\right)\cdot 2^{n+1-|Z|}$ систем линейных уравнений.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Демьянов В.Ф., Малоземов В.Н.* Введение в минимакс. М.: Наука, 1972.
2. *Выгодчикова И.Ю.* О наилучшем приближении дискретного мультиотображения алгебраическим полиномом // Математика. Механика: Сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2001. Вып. 3. С. 25 – 27.

УДК 514.764

С. В. Галаев, А. В. Гохман

НЕГОЛОНОМНЫЕ ПОЧТИ СИМПЛЕКТИЧЕСКИЕ МНОГООБРАЗИЯ С ПРИСОЕДИНЕННОЙ СВЯЗНОСТЬЮ

1. Пусть (X_n^m,ω) – неголономное почти симплектическое многообразие с интегрируемым оснащением X_n^{n-m} [1]. Обобщая голономный случай [2], рассмотрим допустимую связность на X_n^m [1] ∇ такую, что

$$\nabla\omega=\mu D\omega, \quad (1)$$

где $\mu\in R$, $D\omega(\overline{u},\overline{v},\overline{w})=d\omega(H\overline{u},H\overline{v},H\overline{w})$, $H:T(X_n)\to X_n^m$ – проектор вдоль оснащения X_n^{n-m}. Связность ∇ назовем присоединенной связностью. Расписывая уравнение (1) в специальных координатах [1] и циклируя его, получаем, что в случае, когда $D\omega\neq 0$, присоединенная связность может быть симметричной только при $\mu=\frac{1}{3}$. Если при этом $D\omega=0$, то присоединенная симметричная связность оказывается почти симплектической симметричной связностью [1].

В настоящей статье рассматривается (X_n^m,ω) с присоединенной связностью ∇ в случае $\mu=\frac{1}{3}$. В специальных координатах, таким образом, мы имеем

$$\nabla_a \omega_{bc} = \frac{1}{3} D\omega_{abc}, \tag{2}$$

где $a,b,c = 1,\ldots,m$.

Непосредственным вычислением проверяется справедливость следующих утверждений.

Предложение 1. Пусть $\overset{0}{\nabla}\omega = 0$, тогда связность $\overset{1}{\nabla}$, определяемая равенством

$$\overset{1}{\Gamma}{}^a_{bc} = \overset{0}{\Gamma}{}^a_{bc} - \frac{1}{6}\omega^{da} D\omega_{bcd}, \tag{3}$$

является присоединенной.

Предложение 2. Если $\overset{1}{\nabla}$ – присоединенная связность, то связность $\overset{2}{\nabla}$ с коэффициентами $\overset{2}{\Gamma}{}^a_{bc}$, удовлетворяющими равенству

$$\overset{2}{\Gamma}{}^a_{bc} = \overset{1}{\Gamma}{}^a_{bc} - \omega^{da} B_{bcd}, \tag{4}$$

является присоединенной тогда и только тогда, когда $B_{bcf} = B_{bfc}$.

2. Рассмотрим (X_n^{n-1}, ω), $n \geq 5$ с симметричной присоединенной связностью ∇ нулевой кривизны [3]. При этом мы имеем в виду, что в рассматриваемом случае обращение в ноль тензора кривизны Вагнера [3] эквивалентно равенству $R = 0$, где

$$R^d_{abc} = 2\bar{e}_{[a}\Gamma^d_{b]c} + 2\Gamma^d_{[a|e|}\Gamma^e_{b]c} \tag{5}$$

– тензор кривизны Схоутена [3]. Следуя Лемлейну [4], введем в рассмотрение объект

$$\gamma_{abc} = \bar{e}_c\omega_{ba} - \bar{e}_b\omega_{ac} + 3\omega_{ad}\Gamma^d_{bc}, \tag{6}$$

с помощью которого коэффициенты присоединенной связности запишутся в виде

$$\Gamma^a_{bc} = \frac{1}{3}\omega^{ad}(\bar{e}_c\omega_{db} - \bar{e}_b\omega_{cd} + \gamma_{dbc}). \tag{7}$$

Используя (2) и (7), получаем

$$\gamma_{abc} = -\omega_{d(a}\Gamma^d_{bc)}. \tag{8}$$

В пространстве X_n^m нулевой кривизны [3] введем специальную систему координат таким образом, чтобы

$$\Gamma^a_{bc} = 0. \tag{9}$$

Из (8) мы получаем, что

$$\gamma_{abc} = 0. \tag{10}$$

Из (7), (9) и (10) получаем

$$\bar{e}_a\omega_{bc} = \bar{e}_b\omega_{ca} = \bar{e}_c\omega_{ab}. \tag{11}$$

Учитывая (2) и (7) и предполагая, что $\partial_p \omega_{ab} = 0$, $(p=1)$, получаем

$$0 = \omega_{ab} R^b_{cde} = \frac{1}{3}(\bar{e}_e \bar{e}_c \omega_{da} - \bar{e}_e \bar{e}_d \omega_{ca}) + \frac{1}{3}(\bar{e}_d \gamma_{ace} - \bar{e}_c \gamma_{ade}) + \omega_{fg}(\Gamma^f_{ec}\Gamma^g_{ad} -$$

$$- \Gamma^f_{ed}\Gamma^g_{ac}) - \frac{1}{3}(D\omega_{afd}\Gamma^f_{ce} - D\omega_{afc}\Gamma^f_{de}). \qquad (12)$$

Откуда следует

$$\bar{e}_a \bar{e}_b \omega_{cd} = \bar{e}_a \bar{e}_c \omega_{bd}, \qquad (13)$$

а из (11) –

$$\bar{e}_a \bar{e}_b \omega_{cd} = -\bar{e}_a \bar{e}_c \omega_{bd} \qquad (14)$$

Из (13) и (14) следует, что $\bar{e}_a \bar{e}_c \omega_{bd} = \dfrac{\partial^2 \omega_{bd}}{\partial x^a \partial x^c} = 0$.

Отсюда мы заключаем, что в случае пространства нулевой кривизны допустимая почти симплектическая структура, удовлетворяющая дополнительному условию

$$\partial_p \omega_{ab} = 0, \qquad (15)$$

в специальных координатах представима в виде

$$\omega_{ab} = \overset{1}{\omega}_{abc} x^c + \overset{2}{\omega}_{ab}, \qquad (16)$$

где $\overset{1}{\omega}_{abc}$, $\overset{2}{\omega}_{ab}$ – постоянные, кососимметричные по любой паре индексов формы.

Если $D\omega = \nabla\omega = 0$, то условие (9) влечет равенство $\bar{e}_a \omega_{bc} = 0$ и, как следствие, равенство

$$M^p_{ab} \partial_p \omega_{cd} = 0, \qquad (17)$$

здесь M^p_{ab} – тензор неголономности [3].

В рассматриваемом нами случае многообразия X^{n-1}_n коразмерности 1 условия (15) и (17) эквивалентны и влекут замкнутость формы ω: $d\omega = 0$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Галаев С.В.*, *Гохман А.В.* Почти симплектические связности на неголономном многообразии // Математика. Механика: Сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2001. Вып. 3. С. 28 – 31.

2. *Левин Ю.И.* Об аффинных связностях, присоединенных к кососимметрическому тензору // ДАН СССР. 1959. Т. 128, № 4. С. 668 – 671.

3. *Вагнер В.В.* Геометрия (n-1)-мерного неголономного многообразия в n-мерном пространстве // Тр. семинара по векторному и тензорному анализу. М.:Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1941. Вып. 5. С. 173 – 225.

4. *Лемлейн В.Г.* Тензор кривизны и некоторые типы пространств симметричной почти симплектической связности // ДАН СССР. 1957. Т. 115, № 4. С. 655 – 658.