$$0 \geq < u - z_0, \bar{z} > + d_F(z_0) < w, \bar{y} >, \quad \forall u = (x, v) \in \mathrm{gr}F, w \in B,$$

или

$$0 \geq < u - z_0, \bar{z} >, \quad \forall u \in \mathrm{gr}F + d_F(z_0) \cdot (\{0_X\} \times B).$$

Таким образом, получаем

$$\bar{z} \in -K^+(z_0, \mathrm{gr}F + d_F(z_0) \cdot (\{0_X\} \times B)). \tag{16}$$

Из результатов [5, с. 222] следует, что

$$K(v, W(z_0)) = \left[\mathrm{K}(\partial \| y_0 - v \|)\right]^+, \quad \forall v \in Q(z_0). \tag{17}$$

Преобразуем конус из соотношения (16), используя лемму 1 из [4] и соотношение (17). При любом $v \in Q(z_0)$ получаем

$$\begin{aligned} -K^+(z_0, \mathrm{gr}F + d_F(z_0) \cdot (\{0_X\} \times B)) &= -\left[\mathrm{K}(\mathrm{gr}F - \{x_0\} \times W(z_0))\right]^+ = \\ &= -\left[K((x_0, v), \mathrm{gr}F) - K((x_0, v), \{x_0\} \times W(z_0))\right]^+ = \\ &= -K^+((x_0, v), \mathrm{gr}F) \cap \{X \times \mathrm{K}(\partial \| y_0 - v \|)\}. \end{aligned} \tag{18}$$

Подставляя в соотношение (16) выражение (18), учитывая условие (15) и соотношения (4), имеем

$$\bar{z} \in \{X \times \partial \| y_0 - v \|\} \cap -K^+((x_0, v), \mathrm{gr}F), \quad \forall v \in Q(z_0).$$

Откуда и следует справедливость формулы (6) в данном случае. Теорема доказана.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Минченко Л.И., Борисенко О.Ф., Грицай С.П.* Многозначный анализ и возмущенные задачи нелинейного программирования. Минск: Навука і тэхніка, 1993.
2. *Иоффе А.Д., Тихомиров В.М.* Теория экстремальных задач. М.: Наука, 1974.
3. *Пшеничный Б.Н.* Выпуклый анализ и экстремальные задачи. М.: Наука, 1980.
4. *Дудов С.И.* Субдифференцируемость и супердифференцируемость функции расстояния // Мат. заметки. 1997. Т. 61, № 4. С. 530 – 542.
5. *Демьянов В.Ф., Васильев Л.В.* Недифференцируемая оптимизация. М.: Наука, 1981.

УДК 511.23

О. А. Королева

ОБ АНАЛИТИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ L-ФУНКЦИЙ ЧИСЛОВЫХ ПОЛЕЙ

Пусть K – конечное, нормальное расширение поля k, G – группа Галуа этого расширения. Пусть $\{\mathrm{M}(\mu)\}$, $\mu \in G$ – представление группы G матрицами над полем комплексных чисел. Характер $\chi(\mu)$, связанный с данным представлением, определяется на элементах μ как след матрицы $\mathrm{M}(\mu)$.

L-функция Артина определяется следующим образом [1]:

$$L(s,\chi,K/k)=\prod_{\wp}\left|E-M\left(\left[\frac{K/k}{\wp}\right]\right)N(\wp)^{-s}\right|^{-1}, \qquad (1)$$

где произведение берется по всем простым, неразветвленным над K, идеалам поля k и где $\left[\frac{K/k}{\wp}\right]$ – автоморфизм Фробениуса простого идеала расширения K/k.

В случае абелевого расширения и простого характера χ L-функция Артина, за вычетом множителей, относящихся к простым разветвленным идеалам, совпадает с L-функцией Дирихле.

Известная гипотеза Артина [2] предполагает, что в случае неглавного характера L-функция (1) определяет целую функцию.

Брауэр [3] доказал, что L-функция (1) представима в следующем виде:

$$L(s,\chi,K/k)=\frac{\prod_{i}L(s,\chi_i,K/L_i)^{n_i}}{\prod_{j}L(s,\chi_j,K/\Omega_j)^{n_j}},$$

где K/L_i, K/Ω_j – циклические расширения, а χ_i, χ_j – простые характеры этих циклических расширений.

В связи с решением (в отдельных случаях) гипотезы Артина представляет интерес задача разложения L-функции циклического расширения $k\subset K$ в произведение L-функций абелевого расширения поля рациональных чисел Q.

В этом направлении доказаны следующие утверждения.

ТЕОРЕМА 1. Пусть $k\subset K$ – циклическое расширение, где K – абелево расширение поля Q. Тогда имеет место разложение

$$L(s,\chi,K/k)=\prod_{i}L(s,\chi_i,K/Q),$$

где произведение берется по всем характерам χ_i, полученным в результате продолжения характера χ с подгруппы $Gal(K/k)$ на группу $Gal(K/Q)$.

ТЕОРЕМА 2. Пусть k абелево над Q, $k\subset K$ – циклическое расширение и $K\subset L$, где L – круговое расширение поля k. Тогда существует такое абелево расширение L_1 поля Q, что имеет место разложение

$$L(s,\chi,K/k)=\prod_{i}L(s,\chi_i,L_1/Q),$$

где произведение берётся по $[k:Q]$ характерам поля L_1.

Основным моментом доказательства является доказательство того факта, что в рассматриваемом случае для каждого характера Дирихле χ расширения $k \subset K$ существует такой характер $\hat{\chi}$ поля Q, для которого

$$\chi(\wp) = \hat{\chi}(N(\wp)).$$

Отметим, что утверждения теорем 1 и 2 позволяют уточнить в отдельных случаях, например в случае бесквадратного расширения, известный результат Брауэра о мероморфности L-функции Артина. Брауэр показал, что L-функцию Артина можно представить в виде

$$L(s,\chi) = \frac{\prod_{i=1}^{n} L_i(s,\chi_i)}{\prod_{j=1}^{m} L_j(s,\chi_j)}, \qquad (2)$$

где L_i, L_j – L-функции Дирихле, отвечающие характерам Дирихле циклических подгрупп. Результаты теорем 1 и 2 позволяют производить сокращения в представлении (2).

Заметим также, что задача разложения L-функции поля k в произведение L-функций поля рациональных чисел Q представляет самостоятельный интерес в связи с решением других задач теории L-функций.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Алгебраическая теория чисел / Под ред. Дж. Касселса, А. Фрёлиха. М.: Мир, 1969.

2. *Brauer R.* On Artin's L-series with general group characters // Ann. Math. 1947. Vol. 48. P. 502 – 504.

3. *Artin E.* Uber eine neue Art von L-Reihen // Abh. Math. Semin. Univ. Hamburg, 1923. Vol. 3. P. 89 – 108.

УДК 511.13

М. В. Кудрявцев

ОЦЕНКА РАЦИОНАЛЬНОЙ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ СУММЫ СО ЗНАМЕНАТЕЛЕМ p^n

Пусть $n \ge 2$ – целое число, p – нечетное простое число, O_p – кольцо целых p-адических чисел, $\chi(x)$ – характер Дирихле по модулю p, $f(x) = P(x)/Q(x)$, где $P(x), Q(x)$ – многочлены с целыми рациональными