$$\|R_{i,\lambda}f\|_{\infty}=O(æ(\mathrm{Re}\lambda\sqrt{\delta}))\|f\|_{\infty};\qquad(3)$$

$$\|R_{i,\lambda}\chi\|_{\infty}=O\left(\frac{1}{\lambda}\right),$$

где $i=0;1$; $æ(y)=\dfrac{1-e^{-y}}{y}$ при $y>0$; $\chi(x)$ – характеристическая функция отрезка $[\eta_0;\eta]\subset(0;1)$.

Для $\mathrm{Re}\lambda\sqrt{\delta}<0$ утверждения теоремы сохраняются, лишь в (2) и (3) $\lambda\sqrt{\delta}$ заменяется на $-\lambda\sqrt{\delta}$.

Из теорем 3 и 4 получается

ТЕОРЕМА 5. В области S_{δ_0} при $x\in[\delta_1,1-\delta_1]$, где $0<\delta_1<\dfrac{1}{2}$, имеет место оценка:

$$\|R_{\lambda}f-R_{0,\lambda}f\|_{C[\delta_1;1-\delta_1]}=\left[O\left(\frac{1}{\lambda}\right)+O(æ^2(\mathrm{Re}\lambda\sqrt{\delta}))+O(æ(\mathrm{Re}\lambda\sqrt{\delta})\cdot e^{-\lambda\sqrt{\delta}\delta_1})\right]\cdot\|f\|_1.$$

Теоремы 3, 4 и 5 приводят к следующему основному результату (теорема равносходимости).

ТЕОРЕМА 6. Для любой функции $f(x)\in L_1[0;1]$ и $x\in[\delta_1;1-\delta_1]$ имеет место соотношение

$$\lim_{r\to\infty}\left\|\int_{|\lambda|=r}(R_{\lambda}-R_{0,\lambda})fd\lambda\right\|_{C[\delta_1,1-\delta_1]}=0.$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Корнев В.В., Хромов А.П.* Об обращении интегральных операторов с ядрами, разрывными на диагоналях // Мат. заметки. 1998. Т. 64, вып. 6. С. 932 – 942.

2. *Хромов А.П.* О равносходимости разложений по собственным функциям интегральных операторов с ядрами, допускающими разрывы производных на диагоналях // Мат. сб. 1981. Т. 114 (156). № 3. С. 378 – 405.

УДК 519.4

С. И. Небалуев

ГРУППЫ ГОМОЛОГИЙ ПРЯМОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ ТОЛЕРАНТНЫХ ПРОСТРАНСТВ

Рассмотрим множество $\Lambda^q=\{0,1,\dots,q\}$, где $q\in\mathrm{N}\cup\{0\}$ как толерантные пространства, в которых все элементы попарно толерантны. Другими словами, толерантные пространства (Λ^q,τ_q) состоят из одного класса толерантности. Отсюда, в частности, следует, что все пространства $\left(\Lambda^q, \tau_q\right)$ толерантно стягиваемые. Рассмотрим отображения вложения $e_q^i : \Lambda^{q-1} \to \Lambda^q$

$$e_j^i(j) = \begin{cases} j, j < i; \\ j+1, j \geq i. \end{cases}$$

Пусть (X, τ) – произвольное толерантное пространство. Пусть $q \geq 0$, тогда q-мерным сингулярным симплексом пространства (X, τ) назовем толерантное отображение (в слабом смысле)

$$\sigma: (\Lambda^q, \tau_q) \to (X, \tau).$$

Если $q > 0$ и $i \in \{0, \ldots, q\}$, то i-й гранью симплекса σ назовем $(q-1)$-мерный толерантный сингулярный симплекс

$$\sigma^i = \sigma \circ e_q^i : \Lambda^{q-1} \to \Lambda^q \to X.$$

Обозначим через $\Lambda_q(X)$ группу свободно порожденную над Z (или над полем k) всеми q-мерными толерантными сингулярными симплексами пространства (X, τ), при $q \geq 0$ (при $q < 0$, полагаем $\Lambda_q(X) = 0$).

Для $q \geq 1$ определим граничный изоморфизм $\partial_q : \Lambda_q(X) \to \Lambda_{q-1}(X)$, задав его на образующих стандартным образом:

$$\partial_q(\sigma) = \sum_{i=0}^{q} (-1)^i \sigma^i.$$

В результате получаем свободный неотрицательный цепной комплекс $\Lambda(X) = \{\Lambda_q(X), \partial_q\}_{q \geq 0}$, который назовем сингулярным цепным комплексом толерантного пространства (X, τ).

Толерантное отображение $f : (X, \tau) \to (Y, \vartheta)$ определяет цепное отображение $\Lambda(f) : \Lambda(X) \to \Lambda(Y)$, задаваемое формулой

$$\Lambda(f)(\sigma) = f \circ \sigma.$$

Тем самым получим ковариантный функтор Λ из категории толерантных пространств в категорию цепных комплексов. Взяв композицию этого функтора Λ с гомологическим функтором, получим гомологический функтор $H^\Lambda = \{H_q^\Lambda\}_{q \geq 0} = \bigoplus_{q \geq 0} H_q^\Lambda$ сингулярных гомологий толерантного пространства. В работе [1] описан другой функтор толерантных гомологий $H = \bigoplus_{q \geq 0} H_q$.

ТЕОРЕМА 1. Для любого толерантного пространства (X, τ) имеется естественный по (X, τ) изоморфизм

$$(\forall q \geq 0) \qquad \mathrm{H}_q^{\Lambda}(\mathrm{X}) \cong \mathrm{H}_q(\mathrm{X}).$$

В дальнейшем эти изоморфные группы будем обозначать одним символом $\mathrm{H}_q(\mathrm{X})$ $(q \geq 0)$.

Сингулярные цепные комплексы $\Lambda(\mathrm{X})$ толерантного пространства (X,τ) замечательны тем, что с их помощью удается доказать толерантный аналог теоремы Эйленберга-Зильбера [2, теорема 5.3.6].

ТЕОРЕМА 2. На категории упорядоченных пар толерантных пространств имеет место естественная цепная гомотопическая эквивалентность

$$\Lambda(\mathrm{X} \times \mathrm{Y}) \simeq \Lambda(\mathrm{X}) \otimes \Lambda(\mathrm{Y}).$$

Доказательство проводится с применением метода ациклических моделей [2, теорема 4.2.8] на категории пар толерантных пространств с моделями $\mathrm{M} = \{(\Lambda^p, \Lambda^q) \mid p,q \geq 0\}$.

Из теоремы 2 получаем теорему о гомологиях прямого произведения толерантных пространств.

ТЕОРЕМА 3. Для произведения толерантных пространств (X,τ) и (Y,ϑ) имеет место следующая формула:

$$(\forall q \geq 0) \qquad \mathrm{H}_q(\mathrm{X} \times \mathrm{Y}) \cong \bigoplus_{i+j=q} (\mathrm{H}_i(\mathrm{X}) \otimes_j (\mathrm{Y})) \oplus \bigoplus_{i+j=q-1} (\mathrm{H}_i(\mathrm{X}) * \mathrm{H}_j(\mathrm{Y}),$$

которую можно назвать формулой Кюннета для гомологий толерантного пространства. В формуле Кюннета знак $*$ означает периодическое произведение.

Формула Кюннета приобретает особенно простой вид для гомологий с коэффициентами в поле k:

$$(\forall q \geq 0) \qquad \mathrm{H}_q(\mathrm{X} \times \mathrm{Y}; k) \cong \bigoplus_{i+j=q} (\mathrm{H}_i(\mathrm{X}; k) \otimes \mathrm{H}_i(\mathrm{Y}; k)).$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Небалуев С.И.* Алгебро-топологические характеристики толерантных пространств // Математика и её приложения. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1991. С. 105 – 107.

2. *Спеньер Э.* Алгебраическая топология. М.: Мир, 1971.