УДК 531.38:621.865.8

А. В. Молотков, Ю. Н. Челноков

РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ КИНЕМАТИКИ РОБОТА-МАНИПУЛЯТОРА «ПУМА» С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БИКВАТЕРНИОННОЙ ТЕОРИИ КИНЕМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ*

Обратная задача кинематики роботов-манипуляторов состоит в определении обобщенных координат робота по заданным местоположению и ориентации его выходного звена (схвата). Существуют различные методы решения обратных задач кинематики роботов, однако все они сопряжены с существенными трудностями, связанными с решением систем трансцендентных уравнений. В данной статье предлагается новый метод решения обратных задач кинематики роботов. Его суть состоит в том, что решение обратной задачи кинематики сводится к решению задачи Коши для кинематических дифференциальных уравнений движения робота-манипулятора, в которых векторы абсолютных угловой и линейной скоростей выходного звена выступают в качестве управлений и формируются по принципу обратной связи таким образом, чтобы любое заданное положение выходного звена робота было асимптотически устойчивым в целом.

Применение этого метода рассмотрим на примере манипулятора «Пума» [1]. Для решения обратной задачи используются уравнения прямой задачи кинематики и дифференциальные кинематические соотношения.

1. Обратная задача кинематики как задача кинематического управления. Введем в рассмотрение следующие системы координат: X – неподвижная (инерциальная), связанная с основанием манипулятора, $Y^{(i)}$ – связанная с i-м звеном, Y – связанная с выходным звеном манипулятора. Углы относительных поворотов звеньев вокруг их осей X_3, $Y_1^{(1)}$, $Y_1^{(2)}$, $Y_2^{(3)}$, $Y_1^{(4)}$, $Y_2^{(5)}$ обозначим соответственно через θ_1, …, θ_6. Эти шесть углов и будут обобщенными координатами манипулятора.

Взаимную ориентацию и местоположение введенных систем координат будем задавать собственными кватернионами конечных поворотов $\bar{\lambda}_j$ и бикватернионами конечных перемещений $\bar{l}_j, (j=\overline{1,6})$ [2] в соответствии со схемой перемещений

$$X \xrightarrow{\bar{\lambda}_1, \bar{l}_1} Y^{(1)} \xrightarrow{\bar{\lambda}_2, \bar{l}_2} Y^{(2)} \xrightarrow{\bar{\lambda}_3, \bar{l}_3} Y^{(3)} \xrightarrow{\bar{\lambda}_4, \bar{l}_4} Y^{(4)} \xrightarrow{\bar{\lambda}_5} \\ \xrightarrow{\bar{\lambda}_5} Y^{(5)} \xrightarrow{\bar{\lambda}_6, \bar{l}_6} Y^{(6)}(Y) \sim X \longrightarrow Y. \qquad (1)$$

---

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 02-01-00988.

Бикватернионы относительных конечных перемещений звеньев манипулятора определяются соотношениями

$$\overline{\Lambda}_j = \overline{\lambda}_j \circ \overline{l}_j, (j = \overline{1,6}), \tag{2}$$

где кватернион $\overline{\lambda}_j$ и бикватернион $\overline{l}_j$ характеризуют соответственно угловое движение и поступательное перемещение системы координат $Y^{(i)}$ относительно $Y^{(i-1)}$ ($\overline{\Lambda}_5 = \overline{\lambda}_5$, так как имеет место только вращательное движение системы координат $Y^{(5)}$ относительно $Y^{(4)}$). Символ $\circ$ означает кватернионное произведение.

Тогда результирующий бикватернион будет иметь вид

$$\overline{\Lambda} = \overline{\Lambda}_1 \circ \overline{\Lambda}_2 \circ \overline{\Lambda}_3 \circ \overline{\Lambda}_4 \circ \overline{\Lambda}_5 \circ \overline{\Lambda}_6. \tag{3}$$

Запишем выражения для векторов $\overline{\omega}^{(i)}$ абсолютных угловых скоростей звеньев манипулятора и векторов $\overline{V}_{O_i}, \left(i = \overline{1,6}\right)$ абсолютных скоростей выбранных полюсов O_i (начал систем координат $Y^{(i)}$) в рекуррентной форме. Проектируя полученные соотношения для векторов $\overline{\omega}$ и $\overline{V}$ абсолютных угловой и линейной скоростей выходного звена манипулятора на оси системы координат Y и разрешая их относительно переменных $\dot{\theta}_1, \ldots, \dot{\theta}_6$, получим матричное нелинейное дифференциальное уравнение

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_3 & \dot{\theta}_4 & \dot{\theta}_5 & \dot{\theta}_6 \end{bmatrix}^T = \left[J(\theta_1, \ldots, \theta_6)\right]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \overline{V}_Y(t) \\ \overline{\omega}_Y(t) \end{bmatrix}, \tag{4}$$

относительно переменных θ_1, …, θ_6, в котором J – якобиан манипулятора. Это уравнение описывает собой кинематику манипулятора.

Величины $\overline{\omega}_Y$ и $\overline{V}_Y$ (отображения векторов $\overline{\omega}$ и $\overline{V}$ на базис Y) выступают в качестве управлений, построение которых по принципу обратной связи может быть выполнено таким образом, чтобы выходное звено манипулятора переходило из любого произвольно выбранного начального положения в заданное конечное асимптотически устойчивым образом.

Таким образом, обратная задача кинематики может быть сформулирована как задача Коши для системы дифференциальных уравнений (4) при условии, что управления $\overline{\omega}_Y$ и $\overline{V}_Y$ обеспечивают асимптотическую устойчивость в целом любого заданного положения выходного звена робота-манипулятора.

2. Построение законов управления, использующих бикватернион ошибки ориентации. В соответствии с теорией кинематического управления в качестве управления ориентацией и местоположением твёрдого тела (выходного звена манипулятора) выступает кинематический винт

$$\overline{U}_Y = \omega_0 + \overline{\omega}_Y + s\left(V_0 + \overline{V}_Y\right), \tag{5}$$

где s – комплексность Клиффорда такая, что $s^2 = 0$; ω_0 и V_0 – вспомогательные переменные.

Построение требуемого винта (управления) может быть выполнено в связанной системе координат Y по простейшей формуле

$$\overline{U}_Y = k\overline{\Lambda}^{-1} \circ \left(\overline{\mathrm{M}}^{-1} - 1\right) \circ \overline{\Lambda}, \qquad \overline{\mathrm{M}} = \overline{\Lambda}(t) \circ \tilde{\overline{\Lambda}}^{*}, \tag{6}$$

являющейся дуальным аналогом кватернионной формулы, полученной в [3], где $\overline{\mathrm{M}}$ – бикватернион ошибки ориентации и местоположения выходного звена для текущего момента времени, определенный в связанной системе координат, $k = const > 0$ – скалярный (в общем случае дуальный) коэффициент усиления обратной связи, соответствующий выбор которого обеспечивает нахождение искомых величин с требуемой точностью.

В соотношении (6) бикватернион $\overline{\Lambda}$ текущей ориентации выходного звена манипулятора находится по формулам (2), (3), а бикватернион программной ориентации $\overline{\Lambda}^{*}$ является заданным (при отладке программы он может быть рассчитан по формулам (2), (3) по задаваемым значениям $\theta_1^{*}, \ldots, \theta_6^{*}$).

Выделяя в (6) главную и моментную части, получим законы формирования требуемых угловой $\overline{\omega}$ и линейной $\overline{V}$ скоростей движения выходного звена манипулятора, подстановка которых в уравнения (5) приводит к уравнениям замкнутой управляемой системы.

3. Решение обратной задачи. Алгоритм решения обратной задачи кинематики заключается в численном интегрировании системы дифференциальных уравнений (4) с учетом (5), (6) для некоторых произвольно выбранных (из заданных диапазонов) начальных значений обобщенных координат $\theta_1^{(0)}, \ldots, \theta_6^{(0)}$.

Закон управления (6) гарантирует асимптотически устойчивый выход схвата робота-манипулятора в заданное конечное положение $\overline{\Lambda}^{*}$, в результате которого звенья занимают положения, соответствующие заданным значениям углов $\theta_1^{(T)}, \ldots, \theta_6^{(T)}$.

К достоинствам предлагаемого метода относятся единственность решения, быстродействие и высокая точность.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Fu K.S., Gonzalez R.C., Lee C.S.G.* Robotics: Control, Sensing, Vision and Intelligence. McGraw-Hill, 1987.

2. *Челноков Ю.Н.* Об одном винтовом методе описания движения твердого тела // Сб. науч.-метод. статей по теор. механике. М.: Высшая школа, 1981. Вып. 11. С. 129 – 138.

3. *Плотников П.К., Сергеев А.Н., Челноков Ю.Н.* Кинематическая задача управления ориентацией твердого тела // Изв. АН СССР. Сер. Механика твердого тела. 1991. № 5. С. 9 – 18.