

3. Для решения краевой задачи разработан метод, сочетающий модифицированный метод Ньютона и метод градиентного спуска. Метод реализован в программе на языке PASCAL. Ниже приведены результаты расчёта для случая, когда  $\alpha_1=0.2$ ,  $\alpha_2=40$ ,  $\epsilon=0.2$ . В начальный момент времени управляемый КА движется по круговой орбите Земли и начинает движение для мягкой встречи с КА, который движется по эллиптической орбите в плоскости несовпадающей с плоскостью орбиты Земли. В таблице в безразмерных переменных приведены координаты положения и вектора скорости космических аппаратов.

**Таблица фазовых состояний КА (в безразмерных переменных)**

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$v_1$	$v_2$	$v_3$
1.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0
2.3100	0.7500	0.1750	-0.1006	0.6037	0.1409
2.3320	0.1830	0.0427	0.0557	0.6348	0.1481

В первой строке таблицы указано начальное состояние управляемого аппарата, во второй – неуправляемого, а в третьей – их состояние в момент мягкой встречи. В безразмерных переменных длительность перелёта равна 21.6153 или 3.4402 земных года.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Челноков Ю.Н. Применение кватернионов в теории орбитального движения искусственного спутника. II // Космич. исслед. 1993. Т. 31, вып. 3. С. 3 – 15.
2. Сапунков Я.Г. Применение KS-переменных к задаче оптимального управления космическим аппаратом // Космич. исслед. 1996. Т. 34, вып. 4. С. 428 – 433.

УДК 533.6011

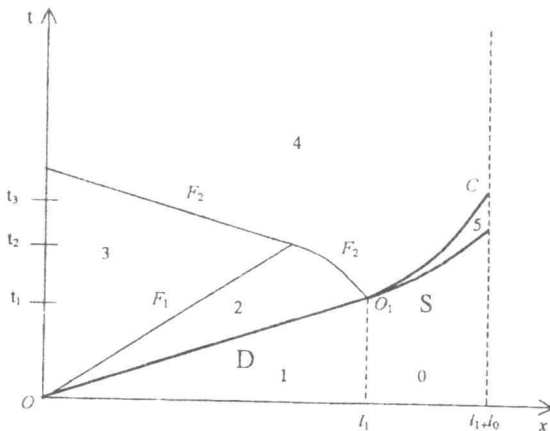
Я. Г. Сапунков, Г. П. Шиндяпин, В. А. Поршнев, В. Н. Федорев

### ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ В КАМЕРЕ ДЕТОНАЦИОННОГО ДВИГАТЕЛЯ\*

В статье метод расчёта движения продуктов детонации в цилиндрической детонационной камере длиной  $l_1$  [1] обобщается на случай, когда в камере присоединен диффузор длиной  $l_0$  с углом полураствора  $\alpha$ , заполненный нейтральным газом (воздухом).

\* Работа выполнена при поддержке Министерства образования РФ, научнотехнической программы, проект № 01.01.030.

**1. Постановка задачи.** Ось  $Ox$  направляется вдоль оси камеры и диффузора. Сечение  $x=0$  соответствует закрытому концу камеры, сечение  $x=l_1$  разделяет в начальный момент взрывчатую смесь, находящуюся в детонационной камере левее этого сечения, и воздух в диффузоре. Сечение  $x=l_1+l_0$  соответствует открытому концу диффузора. У закрытого конца камеры создается детонационная волна Чепмена-Жуге, которая движется по камере в положительном направлении оси  $Ox$ . На рисунке изображена картина течения продуктов детонации и воздуха на плоскости  $Oxt$ . Указаны основные линии сильных и слабых разрывов.



В момент  $t_1$ , когда детонационная волна  $D$  достигнет сечения  $x=l_1$ , возникает произвольный разрыв, который распадается на ударную волну  $S$ , которая движется по воздуху, находящемуся в диффузоре, и приводит его в движение, контактный разрыв  $C$ , который разделяет воздух и продукты детонации, и волну разрежения в продуктах детонации, фронт которой  $F_2$ .

На рисунке область 0 соответствует диффузору, который в начальный момент заполнен воздухом, область 1 – камере с взрывчатой смесью, область 2 – центрированной волне разрежения за фронтом детонации. Линия  $F_1$  – задний фронт центрированной волны разрежения, он отделяет её от области покоя 3 в продуктах детонации. Область 4 соответствует возмущенному движению продуктов детонации, а область 5 – воздуху, прошедшему через ударную волну  $S$ .

**2. Уравнения движения, начальные и граничные условия.** Обозначим через  $S(x)$  площадь сечения камеры и диффузора, через  $p_3, \rho_3, a_3$  – давление, плотность и скорость звука в области покоя 3 соответственно. Движение продуктов детонации в камере и диффузоре оказывается изэнтропическим и описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial(\rho S)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v S)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{v^2}{2} + \frac{1}{\gamma_2 - 1} a_3^2 \left( \frac{\rho}{\rho_3} \right)^{\gamma_2 - 1} \right] = 0, \quad p = p_3 \left( \frac{\rho}{\rho_3} \right)^{\gamma_2}. \quad (1)$$

В системе уравнений (1) через  $\rho$ ,  $p$ ,  $v$ ,  $\gamma_2$  обозначены плотность, давление, скорость и отношение теплоемкостей продуктов детонации соответственно.

Движение воздуха в диффузоре описывается уравнениями

$$\frac{\partial(\rho S)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v S)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\gamma_0 p}{S} \frac{\partial}{\partial x} (v S) = 0. \quad (2)$$

В системе уравнений (2)  $\rho$ ,  $p$ ,  $v$ ,  $\gamma_0$  – плотность, давление, скорость и отношение теплоемкостей воздуха соответственно.

Движение детонационной волны и продуктов детонации на промежутке времени  $0 \leq t \leq t_1$  описаны в [1]. Состояние продуктов детонации в момент времени  $t = t_1$  является начальным состоянием для расчета их дальнейшего движения, начальные условия для воздуха при  $t = t_1$  имеют вид

$$l_1 \leq x \leq l_1 + l_0, \quad p = p_0, \quad \rho = \rho_0, \quad v = 0, \quad (3)$$

где  $p_0$ ,  $\rho_0$  – атмосферное давление и плотность воздуха при атмосферном давлении соответственно.

Решение систем дифференциальных уравнений (1), (2) после момента времени  $t_1$  должно удовлетворять граничным условиям на закрытом конце камеры, на контактном разрыве, на ударной волне и на выходном сечении диффузора. На дне камеры выполняется условие

$$\text{при } x = 0, \quad t > t_1, \quad v = 0. \quad (4)$$

Скорость движения контактного разрыва обозначим через  $U_c$ , через  $v_{c4}$ ,  $p_{c4}$  – скорость и давление в области 4 в продуктах детонации непосредственно перед контактным разрывом, а через  $v_{c5}$ ,  $p_{c5}$  – скорость и давление воздуха в области 5 непосредственно за контактным разрывом. Тогда условия на контактном разрыве при  $t > t_1$ ,  $x = x_c$ , где  $x = x_c(t)$  – закон движения контактного разрыва, запишутся в виде

$$v_{cx} = v_{c5} = U_c; \quad p_{c4} = p_{c5}. \quad (5)$$

Скорость движения ударной волны  $S$  обозначим через  $U_s$ , скорость звука в области 0 перед ударной волной обозначим через  $a_0$ . Обозначив через  $v_{s5}$ ,  $p_{s5}$ ,  $\rho_{s5}$  скорость, давление и плотность в воздухе в области 5 непосредственно за ударной волной получим

$$v_{s5} = U_s \frac{2}{\gamma_0 + 1} (1 - M_0^2), \quad p_{s5} = p_0 \left( \frac{2\gamma_0}{\gamma_0 + 1} M_0^2 - \frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0 + 1} \right), \\ \rho_{s5} = \rho_0 \frac{(\gamma_0 + 1) M_0^2}{(\gamma_0 - 1) M_0^2 + 2}, \quad M_0^2 = \frac{U_s^2}{a_0^2}, \quad a_0 = \sqrt{\gamma_0 \frac{p_0}{\rho_0}}. \quad (6)$$

В выходном сечении диффузора выполняется условие для давления  $t > 0, x = l_1 + l_0, p = p_0$ . (7)

При этом проверяется выполнение ограничения на скорость: скорость течения газов в выходном сечении меньше или равна скорости звука. Если это условие нарушается, то давление в выходном сечении диффузора определяется из условия, что скорость течения газов в выходном сечении равна скорости звука.

Таким образом, параметры течения продуктов детонации и воздуха в детонационном двигателе определяются в результате решения краевой задачи для систем дифференциальных уравнений (1) и (2) для продуктов детонации и воздуха соответственно с начальными условиями (3) и граничными условиями (4) – (7).

**3. Результаты расчёта.** Для решения краевой задачи с использованием ЭВМ составлена программа на языке PASCAL, в которой реализован метод Лакса-Вендроффа. Расчёты и проведенные эксперименты показывают, что наличие диффузора увеличивает суммарный импульс давления детонационного двигателя на 30%.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Сапунков Я.Г., Шиндяпин Г.П., Поршнев В.А., Федорев О.Н. Математическая модель детонационного двигателя // Математика. Механика: Сб. науч. тр. Саратов. Изд-во Саратов. ун-та, 2001. Вып. 3. С. 178 – 181.

УДК 232.5; 232.135

М. И. Сафрончик

### СВЕДЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ЗАДАЧИ О ДВИЖЕНИИ ВЯЗКОПЛАСТИЧНОЙ СРЕДЫ К СИСТЕМЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассматривается течение вязкопластичной среды по наклонной плоскости под действием силы тяжести. При постановке задачи учитывается неодинаковое поведение материала при нагружении и разгрузке (реологическая модель содержит два предела текучести: статический  $\tau_{ст}$  и динамический  $\tau_d$ ). Основной математической трудностью при решении задачи является наличие неизвестной, изменяющейся во времени границы области вязкопластичного течения.

Ниже предлагается метод решения задачи, являющийся несколько измененным методом “мгновенных собственных функций”, разработанным В.Г. Меламедом для решения задачи Стефана [1].