$$
\begin{cases} Ax^2 - Bxy - Ay^2 = 0, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases} \tag{7}
$$

С другой стороны, если x, y – решение (7), $\bar{c} = x + y\bar{k}$, $\bar{n} = \bar{m} \circ \bar{c}^{-1}$, то, решив задачу (2), мы получим решение задачи (1). Таким образом, решая систему (7), мы получаем полное решение исходной задачи (1), сформулированное в теореме.

Эти теоремы дают полный алгоритм решения задачи (1).

УДК 519.2

И. А. Кузнецова

ОБ ОДНОЙ ИГРОВОЙ МОДЕЛИ ПЕРЕГОВОРОВ

В данной статье исследуется задача нахождения компромисса в конфликтной ситуации со многими участниками [1]. Для моделирования процесса переговоров построена игра n лиц в нормальной форме, которая при определенных условиях имеет единственную ситуацию равновесия. Основой построения служит модель двусторонних переговоров, разработанная в [2].

Пусть имеются n игроков, которые путем совместных действий могут получить любой исход из множества P, где P – замкнутое выпуклое подмножество R^n (координатами исходов являются выигрыши игроков). Если же игроки не договорятся о совместных действиях, то ни один их них не может гарантированно получить результат лучший, чем ему дает точка $p_0 \in R^n$, называемая конфликтным исходом. Будем считать, что у игроков имеются непрерывные функции $f_i(p_1, p_2)$, $i = 1, \ldots, n$, выражающие степень предпочтения одного исхода другому, более того, эти функции для различных игроков сравнимы.

Условимся об обозначениях. Вычисления для точек p_1 и p_2 с координатами $\left(x_1^1, \ldots, x_i^1, \ldots, x_n^1\right)$ и $\left(x_1^2, \ldots, x_i^2, \ldots, x_n^2\right)$ соответственно неравенства $x_i^1 \le x_i^2$ будем записывать в виде $p_1 \underset{(i)}{\le} p_2$. Аналогично объясняются обозначения $p_1 \underset{(i)}{<} p_2$, $p_1 \underset{(i)}{\approx} p_2$, $p_1 \underset{(ij)}{\approx} p_2$. Через P^* обозначим множество оптимальных по Парето элементов множества P, удовлетворяющих условию $p \underset{(i)}{\ge} p_0$, $i = 1, \ldots, n$. Предполагается, что $p_0 \notin P^*$.

Построим игру, моделирующую процесс переговоров между игроками. Стратегией каждого игрока является выдвижение своего предложения, т.е. указание в множестве P^* исхода, который он хотел бы иметь в качестве результата игры. После выдвижения каждым игроком своего предложения переговоры происходят следующим образом. Каждый игрок ведет двусторонние переговоры со всеми остальными игроками. Результатом двусторонних переговоров может быть либо принятие предложения одного их игроков, либо (при отсутствии договоренности) конфликтный исход. После независимого проведения всех двусторонних переговоров их результаты анализируются, и некоторое предложение принимается в том и только том случае, если на него при двусторонних переговорах согласился каждый игрок.

Таким образом, если двусторонние переговоры между игроками i и j моделируются игрой $\Gamma_{ij} = \left(P^*, P^*, \varphi_{ij}\right)$, где φ_{ij} – сопоставляет паре предложений игроков $\left(p_i, p_j\right)$ точку из $\{p_i, p_j, p_0\}$, то моделью переговоров между n игроками является игра $\Gamma = \left(P^*, ..., P^*, ..., P^*, \varphi\right)$, где функция φ определяется так:

$$\varphi\left(p_1, ..., p_i, ..., p_n\right) = \begin{cases} p, \text{ если } \exists k = 1, ..., n \left(p = p_k \text{ и } \forall j \neq k \ \varphi_{kj}(p_k p_j) = p_k\right) \\ \qquad\qquad\qquad\qquad \text{при } \ p \neq p_0, \\ p_0 \text{ в противном случае.} \end{cases} \qquad (1)$$

Равенство (1) позволяет строить модель многосторонних переговоров на основе данной модели двусторонних переговоров. Мы будем пользоваться моделью двусторонних переговоров, разработанной в [2]. В основу определения отображения φ_{ij} в игре Γ_{ij} положены следующие принципы.

1. $\varphi_{ij}\left(p_i, p_j\right) \in \{p_i, p_j, p_0\}$.

2. Несоглашение игроков влечет за собой появление в качестве результата переговоров конфликтного исхода p_0.

3. Если предложения игроков совпали, то результатом переговоров является предложенный исход.

4. Уступает тот игрок, который больше теряет от появления в качестве результата переговоров p_0.

5. Если оба игрока теряют от появления в качестве результата переговоров конфликтного исхода p_0 одинаково, то никто из них не уступает.

6. Если для каждого игрока предложение противника выгоднее, чем его собственное (при независимом выдвижении игроками своих предложений такое возможно), то в процессе переговоров предложения игроков как бы меняются местами: игрок i будет вести себя так, как будто он выдвинул предложение p_j, а игрок j – предложение p_i (то есть выполняется равенство $\varphi_{ij}\left(p_i, p_j\right) = \varphi_{ij}\left(p_j, p_i\right)$).

На основе этих принципов функция φ_{ij} в игре $\Gamma_{ij} = \left(P^*, P^*, \varphi_{ij}\right)$ определяется так:

$$\varphi_{ij}(p_i, p_i) = p_i \leftrightarrow \{(p_i \underset{(ij)}{\not\approx} p_j \text{ при } p_i \neq p_j) \text{ и } ((p_i \underset{(i)}{\geq} p_j, p_i \underset{(j)}{\geq} p_j) \text{ или}$$

$$(p_i \underset{(i)}{>} p_j, p_i \underset{(j)}{<} p_j, f_i(p_j, p_0) < f_j(p_i, p_0)) \text{ или}$$

$$(p_i \underset{(i)}{<} p_j, p_i \underset{(j)}{>} p_j, f_i(p_i, p_0) > f_j(p_j, p_0))\},$$

$$\varphi_{ij}(p_i, p_i) = p_i \leftrightarrow \{(p_i \underset{(ij)}{\not\approx} p_j \text{ при } p_i \neq p_j) \text{ и } ((p_j \underset{(i)}{\geq} p_i, p_j \underset{(j)}{\geq} p_i) \text{ или}$$

$$(p_j \underset{(i)}{>} p_i, p_j \underset{(j)}{<} p_i, f_i(p_i, p_0) < f_j(p_j, p_0)) \text{ или}$$

$$(p_j \underset{(i)}{<} p_i, p_j \underset{(j)}{>} p_i, f_i(p_j, p_0) > f_j(p_i, p_0))\},$$

$\varphi_{ij}(p_i, p_i) = p_0$ в остальных случаях.

Основной результат статьи состоит в следующем.

При наложении некоторых формальных условий на множество исходов P игра Γ имеет единственную ситуацию равновесия, которая имеет вид $(\bar{p}, ..., \bar{p}, ..., \bar{p})$ и может находиться из условия

$$\min_{1 \leq i \leq n} f_i(\bar{p}, p_0) = \max_{p \in P} \min_{1 \leq i \leq n} f_i(p, p_0).$$

При $f_i(p, p_0) = \dfrac{x_i^i - x_i^0}{r_i}$, где $r_i = \max\limits_{\substack{p(x_1, ..., x_i, ..., x_n) \in P \\ x_j \geq x_j^0, \quad j \neq i}} x_i - x_0, \ i = 1, ..., n,$

данная точка равновесия является решением арбитражной схемы Гермейера – Бутрима [3]. Если $f_i(p, p_0) = k_i(x_i^i - x_i^0)$, где $k_i, i = 1, ..., n$, не зависят от p и p_0, то получим решение аналога арбитражной схемы Райфы [4] для игр n лиц.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Харшаньи Дж., Зельтен Р.* Общая теория выбора равновесия в играх. СПб.: Эконом. шк., 2001.
2. *Шолпо И. А.* Решения арбитражных схем как точки равновесия бескоалиционных игр в нормальной форме / Изв. АН СССР. Сер. Техническая кибернетика. 1978. № 5. С. 13 – 19.
3. *Бутрим Б. И.* Модифицированное решение задачи торга // ЖВМ и МФ. 1976. № 2. С. 16.
4. *Льюис Р. Д., Райфа Х.* Игры и решения. М.: Изд-во иностр. лит., 1961.