Следствие 1. *Пусть* $0 < \beta < \alpha$, $f \in Lip^*(\alpha, p)$. *Тогда*

1) $\|S_n(f) - f\|_{p,\beta} = O\left(n^{\beta-\alpha}\|D_n\|_1\right)$ *при* $p = 1$ *или* $p = \infty$;

2) $\|S_n(f) - f\|_{p,\beta} = O\left(n^{\beta-\alpha}\right)$ *при* $1 < p < \infty$.

Следствие 2. *Пусть* $0 < \beta < \alpha$, $f \in Lip^*(\alpha, p)$, $1 \le p \le \infty$. *Тогда* $\|V_n(f) - f\|_{p,\beta} = O\left(n^{\beta-\alpha}\right)$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Prössdorf S.* Zur Konvergenz der Fourierreihen hölderstetiger Funktionen // Math. Nachr. 1975. V. 69. P. 7-14

2. *Leindler L., Meir A., Totik V.* On approximation of continuous functions in Lipshitz norms // Acta Math. Hung. 1985. V. 45, №3-4. P. 441-443.

3. *Агаев Г.Н., Виленкин Н.Я., Джафарли Г.М., Рубинштейн А.И.* Мультипликативные системы функций и гармонический анализ на нульмерных группах. Баку: ЭЛМ, 1981.

УДК 513.6

И.А. Кляева

ГОМОЛОГИИ ПРИВЕДЕННЫХ ТОЛЕРАНТНЫХ КУБИЧЕСКИХ СИНГУЛЯРНЫХ ЦЕПЕЙ РАЗЛИЧНОЙ ВЫРОЖДЕННОСТИ

При построении спектральной последовательности групп гомологий толерантных расслоений возникла проблема сопоставления обычного для алгебраической топологии определения вырожденности [1] и определения вырожденности, используемого в толерантном случае [2]. В статье рассматривается вопрос о совпадении с точностью до изоморфизма групп гомологий приведенных толерантных кубических сингулярных (ТКС) цепей различной вырожденности.

Для $n \in \mathbb{N}$ толерантное пространство $\left(\mathop{\times}\limits_{i=1}^{n} I_{m^{(i)}},\ \mathop{\times}\limits_{i=1}^{n} \iota_{m^{(i)}}\right)$ [3, 4] будем называть *n-мерным толерантным кубом размера* $(m^{(1)}, m^{(2)}, \ldots, m^{(n)})$.

Определение 1. Пусть(X, τ) — произвольное толерантное пространство, а $n, m^{(1)}, \ldots, m^{(n)}$ — произвольные натуральные числа. Тогда любое толерантное отображение $u : \left(\mathop{\times}\limits_{i=1}^{n} I_{m^{(i)}}, \mathop{\times}\limits_{i=1}^{n} \iota_{m^{(i)}}\right) \longrightarrow (X, \tau)$ будем называть *n-мерным толерантным сингулярным кубом пространства* (X, τ).

Для $n \geqslant 0$ обозначим через $Q_n(X)$ абелеву группу, свободно порожденную над $\mathbb{Z}$ всеми n-мерными толерантными сингулярными кубами пространства (X, τ), и положим $Q_n(X) = 0$ для целых $n < 0$. Элементы группы $Q_n(X)$ будем называть *n-мерными толерантными кубическими сингулярными цепями.*

Определение 2. Пусть t — произвольное натуральное число. Толерантный сингулярный куб $u : (\overset{n}{\underset{i=1}{\times}} I_{m^{(i)}}, \overset{n}{\underset{i=1}{\times}} \iota_{m^{(i)}}) \longrightarrow (X, \tau)$ размерности n будем называть *t-вырожденным*, если u вырожден хотя бы по одному из t последних аргументов, то есть

$$(\forall\ j,\ n-t < j \leqslant n) \quad (\forall\ k^{(i)} = \overline{0, m^{(i)}}, i = \overline{1, n})$$

$$u\left(\frac{k^{(1)}}{m^{(1)}}, \ldots, \frac{k^{(j)}}{m^{(j)}}, \ldots, \frac{k^{(n)}}{m^{(n)}}\right) = d_j^0 u\left(\frac{k^{(1)}}{m^{(1)}}, \ldots, \widehat{\frac{k^{(j)}}{m^{(j)}}}, \ldots, \frac{k^{(n)}}{m^{(n)}}\right). \qquad (1)$$

Обозначим через $D_n^{(t)}(X)$ подгруппу в группе ТКС цепей $Q_n(X)$, порожденную n-мерными t-вырожденными ТС кубами. Очевидны следующие свойства:

$$(\forall\ t \geqslant n) \quad D_n^{(t)}(X) = D_n(X), \qquad (2)$$

$$(\forall\ n) \quad (\forall\ t) \qquad D_n^{(t)}(X) \subset D_n^{(t+1)}(X) \subset D_n(X), \qquad (3)$$

$$(\forall\ n \geqslant 1) \quad (\forall\ t) \qquad \partial_n(D_n^{(t)}(X)) \subset D_{n-1}^{(t)}(X). \qquad (4)$$

Из (3) следует, что для каждого $t \in \mathbb{N}$ имеется цепной комплекс

$$C^{(t)}(X) = \left\{ C_n^{(t)}(X) = Q_n(X)/D_n^{(t)}(X), \partial_n \right\}_{n \geqslant 0}$$

приведенных ТКС цепей, чьи группы циклов, границ и гомологий обозначим:

$$Z_n^{(t)}(X) = Ker\partial_n, B_n^{(t)}(X) = Im\partial_{n+1},$$

$$H_n^{(t)}(X) = Z_n^{(t)}(X)/B_n^{(t)}(X) = H_n(C^{(t)}(X)).$$

Таким образом, имеем для каждого $t \in \mathbb{N}$ цепной $C^{(t)}$ и гомологический $H^{(t)}$ функторы на категории толерантных пространств T_0 [4].

Теорема. *Для каждого $t \in N$ имеется естественный по (X, τ) изоморфизм*

$$\varphi_* = \left\{ \varphi_{n*} : H_n^{(t)}(X) \cong H_n^{(t+1)}(X) \right\}_{n \geqslant 0}$$

функторов $H^{(t)}$ и $H^{(t+1)}$.

Доказательство. Из свойств (3), (4) следует, что существует сюръективный цепной гомоморфизм:

$$\varphi = \left\{ \varphi_n : C_n^{(t)}(X) \to C_n^{(t+1)}(X) \right\}_{n \geqslant 0}, \quad \varphi_n(c + D_n^{(t)}(X)) = c + D_n^{(t+1)}(X).$$

Очевидно, его ядро $Ker\ \varphi \subset Q(X)/D^{(t)}(X) = C^{(t)}(X)$. Следовательно, имеется короткая точная последовательность цепных комплексов, естественно зависящая от пространства (X, τ):

$$0 \to D^{(t+1)}(X)/D^{(t)}(X) \xhookrightarrow{i} C^{(t)}(X) \xrightarrow{\varphi} C^{(t+1)}(X) \to 0.$$

Эта последовательность индуцирует естественную по (X,τ) точную длинную гомологическую последовательность:

$$\begin{tikzcd}
H(D^{(t+1)}(X)/D^{(t)}(X)) \arrow[rr, "i_*"] & & H(C^{(t)}(X)) \arrow[dl, "\varphi_*"] \\
& H(C^{(t+1)}(X)) \arrow[ul, "\delta"] &
\end{tikzcd}$$

Нетрудно показать, что

$$H(D^{(t+1)}(X)/D^{(t)}(X)) = 0.$$

Поэтому точность длинной последовательности означает выполнение равенств

$$Ker\ \varphi_* = Im\ i_* = 0,$$
$$Im\ \varphi_* = Ker\ \delta = H(C^{(t)}(X)).$$

В этом случае имеем естественный по (X,τ) изоморфизм:

$$\varphi_* : H(C^{(t)}(X)) \cong H(C^{(t+1)}(X)).$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Спеньер Э.* Алгебраическая топология. М.: Мир, 1971.

2. *Небалуев С.И.,Кляева И.А.* Теория пунктированных толерантных кубических сингулярных гомологий // Вестн. Самар. ун-та. Самара: Самарский университет, 2007. Вып. 7 (57). С. 134-151.

3. *Zeeman E.S.* The topology of brain and visual perception. The Topology of 3-Manifolds, M.K. Ford(ed). 1962.

4. *Небалуев С.И.* Гомологическая теория толерантных пространств. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2006.

УДК 517.984

В.В. Корнев

О РАВНОМЕРНОЙ СХОДИМОСТИ РАЗЛОЖЕНИЙ ПО СОБСТВЕННЫМ ФУНКЦИЯМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА С ИНВОЛЮЦИЕЙ

Пусть $\theta(x)$ — непрерывная на отрезке $[0,1]$ функция, трижды непрерывно дифференцируемая на $(0,1)$, $\theta'(x) < 0$, $\theta(0) = 1$, $\theta(1) = 0$ и $\theta(\theta(x)) \equiv x$. Предположим также, что в некоторой окрестности нуля $\theta'(x) = -x^\alpha$, $\alpha > 0$. Это условие делает $\theta(x)$ недифференцируемой в точке $x = 1$.

Определим с помощью инволюции $\theta(x)$ дифференциальный оператор

$$Ly = \frac{d}{dx} y(\theta(x)),$$