$$L(s,\chi_\alpha,K/k_\alpha)=\prod_j L_j(s,\chi_{\alpha,j},M_\alpha/Q),$$

где $\chi_{\alpha,j}$ – характеры Дирихле, согласованные с расширением $Q \subset M_\alpha$ и такие, что $\chi_\alpha(\wp)=\chi_{\alpha,j}(N(\wp))$.

Замечание. Есть основания надеяться, что привлечение характеров внешних циклических расширений позволит получить необходимое разложение Брауэра.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Хейльброн Х.* ζ-функции и L-функции // Алгебраическая теория чисел / Под ред. Дж. Касселса, А. Фрелиха. М., 1969.

УДК 511.3

В. Н. Кузнецов, Е. В. Сорокина

ПРОДОЛЖИМОСТЬ ЦЕЛЫМ ОБРАЗОМ НА КОМПЛЕКСНУЮ ПЛОСКОСТЬ СКАЛЯРНОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ L-РЯДОВ ДИРИХЛЕ ЧИСЛОВЫХ ПОЛЕЙ

Рассмотрим L–ряды Дирихле двух числовых полей k_1 и k_2, отвечающие характерам Дирихле χ_1 и χ_2,

$$L_1(s,\chi_1,k_1)=\sum_{a}\frac{\chi_1(a)}{N(a)^s}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{n^s},\ s=\sigma+it; \tag{1}$$

$$L_2(s,\chi_2,k_2)=\sum_{\mathcal{B}}\frac{\chi_2(\mathcal{B})}{N(\mathcal{B})^s}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{b_n}{n^s}, \qquad s=\sigma+it. \tag{2}$$

Под скалярным произведением L–рядов Дирихле (1) и (2) здесь понимается следующий ряд:

$$f(s)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n b_n}{n^s}=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sum_{N(a)=N(\mathcal{B})=n}\chi_1(a)\chi_2(\mathcal{B})\right)/n^s.$$

Относительно скалярного произведения двух L–рядов Дирихле авторами доказана следующая теорема.

ТЕОРЕМА 1. Пусть k_1 и k_2 – абелевы расширения поля $\boldsymbol{Q}$, χ_1 и χ_2 – неглавные характеры Дирихле числовых полей с взаимнопростыми над $\boldsymbol{Q}$ модулями. Тогда скалярное произведение соответствующих L-рядов Дирихле определяет целую функцию.

В основе доказательства теоремы 1 лежит метод редукции к степенным рядам, разработанный в работах [1 – 3], суть которого заключается в том, что многие задачи, связанные с изучением аналитических свойств ряда Дирихле, сводятся к изучению определённых граничных свойств соответствующего (с теми же коэффициентами, что и у ряда Дирихле) степенного ряда. В данном случае авторам удалось определить класс степенных рядов, обладающих определёнными граничными свойствами, которому принадлежат степенные ряды, отвечающие L-функциям Дирихле числовых полей. А именно, используя технику, разработанную в [4], авторы доказали следующее утверждение.

ТЕОРЕМА 2. Пусть L-функция Дирихле абелевого поля k $L(s,\chi,k)$ определяет ряд Дирихле вида

$$L(s,\chi,k)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{n^s}, \qquad s=\sigma+it.$$

Тогда функцию $g(z)$, определённую соответствующим степенным рядом

$$g(z)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n z^n,$$

можно представить в виде

$$g(z)=R(z)+\tilde{g}(z),$$

где $R(z)$ – рациональная функция с полюсами, расположенными на единичной окружности, а $\tilde{g}(z)$ в любой точке $z=e^{i\varphi}$ имеет конечные радиальные производные любого порядка, т. е.

$$\lim_{r\to 1-0}\tilde{g}^{(m)}\left(re^{i\varphi}\right)=\alpha_{\varphi}^{(m)}.$$

Как видно из определения скалярного произведения двух L-функций Дирихле, соответствующий степенной ряд является обычным адамаровским композитом степенных рядов, отвечающих этим L-функциям. Поэтому для степенных рядов, удовлетворяющих условиям теоремы 2, авторы доказали аналог теоремы Адамара об умножении особенностей. А именно, доказана

ТЕОРЕМА 3. Пусть степенные ряды

$$g_1(z)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n z^n \quad \text{и} \quad g_2(z)=\sum_{n=1}^{\infty}b_n z^n$$

удовлетворяют условиям теоремы 2. Тогда их адамаровский композит

$$g(z)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n b_n z^n$$

также удовлетворяет условиям теоремы 2, т. е.

$$g(z)=R(z)+\tilde{g}(z).$$

При этом полюсы рациональной функции $R(z)$ могут находиться лишь среди произведений полюсов соответствующих рациональных функций $R_1(z)$ и $R_2(z)$.

Утверждение теоремы 1 получается как следствие теоремы 2 и теоремы 3 и того факта, доказанного в [3], что целостность ряда Дирихле равносильна существованию в точке $z=1$ радиальных производных любого порядка у соответствующего степенного ряда.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Кузнецов В.Н.* К задаче описания рядов Дирихле, определяющих целые функции // Теория функций и приближений: Тр. 3-й Сарат. зимней шк. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1988. Ч. 2. С. 113 – 115.

2. *Кузнецов В.Н.* Метод редукции к степенным рядам в задаче о целостности композита рядов Дирихле // Теория функций и приближений: Тр. 4-й Сарат. зимней шк. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1989. Ч. 1. С. 147 – 149.

3. *Кузнецов В.Н.* К задаче описания рядов Дирихле, определяющих целые функции // Дифференциальные уравнения и теория функций: Межвуз. сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та. 1991. Вып. 9. С. 23 – 29.

4. *Кузнецов В.Н., Сорокина Е.В.* К вопросу о целостности композита L-функций числовых полей // Исследования по алгебре, теории чисел, функциональному анализу и смежным вопросам: Межвуз. сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2003. С. 31– 43.

УДК 519.2

И. А. Кузнецова

ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ СТОХАСТИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ

В статье рассматривается задача максимизации функционала

$$H[u_1(\cdot), u_2(\cdot), v_1(\cdot), v_2(\cdot)] =$$
$$= M\min[f_1(\xi_1)u_1(\xi_1) + g_2(\xi_2)v_2(\xi_2), g_1(\xi_1)v_1(\xi_1) + f_2(\xi_2)u_2(\xi_2)]$$

при ограничениях $u_i(\xi_i)+v_i(\xi_i)\le h_i(\xi_i)$, $i=1,2$, где ξ_1, ξ_2 – независимые случайные величины, ξ_i имеет плотность $p_i(\cdot)$, сосредоточенную на отрезке $[a_i,b_i]$, функции $f_i(\cdot), g_i(\cdot), h_i(\cdot)$ положительны и непрерывны, $i=1,2$. Функционал такого типа можно интерпретировать как общее количество продукции двух типов (при соблюдении комплектности), выпускаемой двумя производителями, каждый из которых имеет свою информацию о случайных факторах, характеризующих условия производства. Задачи такого типа относятся к задачам параллельной стохастической оптимизации [1].

Данная вариационная задача сводится к экстремальной задаче максимизации дифференцируемой функции одной переменной на отрезке. Кроме того, указан явный вид оптимальных управлений.

Очевидно, оптимальные управления должны удовлетворять условиям $u_i(\xi_i)+v_i(\xi_i)=h_i(\xi_i)$, $i=1,2$. Учитывая это и сделав замену переменных, можно преобразовать исходную задачу к задаче максимизации функционала

$$H[\alpha_1(\cdot),\alpha_2(\cdot)] =$$
$$= M\min[F_1(\xi_1)\alpha_1(\xi_1) - G_2(\xi_2)\alpha_2(\xi_2), F_2(\xi_2)\alpha_2(\xi_2) - G_1(\xi_1)\alpha_1(\xi_1)] \quad (1)$$