

АНАЛИЗ УДАРНО-ВОЛНОВЫХ СТРУКТУР И ПОТОКОВ ПРИ НЕЛИНЕЙНОЙ РЕФРАКЦИИ УДАРНЫХ ВОЛН

1. Рассматривается взаимодействие плоской (падающей) ударной волны BR интенсивности $\varepsilon = P_{10} = (p_1 - p_0)/p_0$ со свободной поверхностью ОВ, которая разделяет две газожидкостные смеси (ГЖС) с давлением p_0 и массовыми газосодержаниями γ^+ сверху и γ^- снизу от ОВ (рис. 1). Свободная поверхность имеет угол α с направлением распространения волны. В верхней части картины возникает преломленный фронт ВТ, распространяющийся под некоторым углом β .

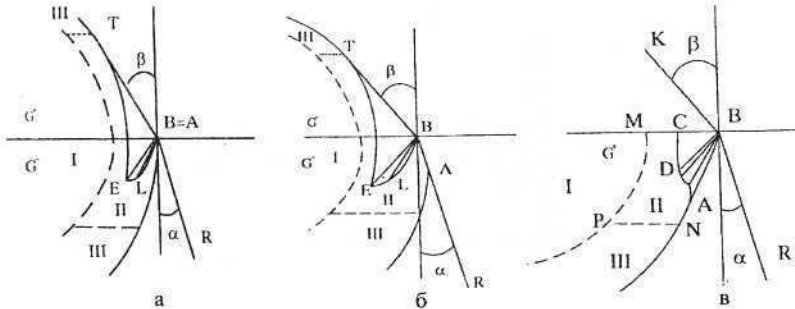


Рис. 1

При этом возможны следующие виды взаимодействия: регулярное (рис. 1, а), нерегулярное (рис. 1, б), с ударной волной, замыкающей зону разряжения (рис. 1, в). Картина характеризуется областями возмущения G^+ и G^- , для которых ставится краевая задача.

Уравнения движения ГЖС в автомодельных переменных $\xi = x/c_0t$, $\eta = y/c_0t$ имеют вид [1]:

$$\begin{aligned} (u - c_0\xi) \frac{\partial \rho}{\partial \xi} + (v - c_0\xi) \frac{\partial \rho}{\partial \eta} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) &= 0, \\ (u - c_0\xi) \frac{\partial u}{\partial \xi} + (v - c_0\xi) \frac{\partial u}{\partial \eta} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \xi}, \\ (u - c_0\xi) \frac{\partial v}{\partial \xi} + (v - c_0\xi) \frac{\partial v}{\partial \eta} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \eta}, \\ (u - c_0\xi) \frac{\partial s}{\partial \xi} + (v - c_0\xi) \frac{\partial s}{\partial \eta} &= 0, \quad dp = c^2 d\rho + Ad s, \quad \gamma = \text{const}. \end{aligned} \quad (1)$$

На фронтах ударных волн BR, BA, DA имеем условия динамической совместности [1].

На линиях слабого разрыва BS, ET, BLE, где параметры непрерывны, имеем условия:

$$u=u_1, v=v_1, \rho=\rho_1, P=P_1, \text{ т. е. } P=0. \quad (2)$$

На свободной поверхности ОВ $\eta=\eta(\xi)$ или $F(\xi, \eta)=0$:

$$u_n^{(+)}=u_n^{(-)}=u_n, P^{(+)}=P^{(-)}. \quad (3)$$

Условия на границе с простой волной разряжения BLEB имеют вид

$$u=u(Z), \quad v=v(Z), \quad Z = \frac{y-y_B}{x-x_B} = \frac{\eta-\eta_B}{\xi-\xi_B}, \quad (4)$$

берутся на "звуковую" линии решения $(u-c_0\xi)^2+(v-c_0\eta)^2=c^2$.

2. При асимптотическом анализе поставленной задачи при малых интенсивностях инициирующей волны P_{10} в областях возмущения для нахождения решения системы

$$\begin{cases} 2(\mu-\delta)\mu_\delta + v_y + \mu = 0, \\ \mu_y = v_\delta \end{cases} \quad (5)$$

имеем краевую задачу, удовлетворяющую условиям на фронтах ударных волн

$$\left(\frac{d\delta^*}{dY}\right)^2 = 2\delta^* - (\mu + \mu_1), \quad (\mu - \mu_1) \frac{d\delta^*}{dY} = v_1 - v, \quad P^{*(1)} = \mu, \quad (6)$$

на линиях слабого разрыва

$$\delta'(Y) = \delta_0^* = 1, \quad \mu = \mu_1 = \delta_0^* = 1, \quad v = v_1 = -(Y - \alpha^v). \quad (7)$$

Решение, описывающее волну разряжения, представлено асимптотически [1].

При анализе задачи удобно ввести параметры подобия

$$\alpha^v = \frac{\alpha}{P_{10}^{1/2} R_0^{-1/2}}, \quad c_\gamma = \frac{c_0^- - c_0^+}{c_0^- R_0^- P_{10}}, \quad q^- = \frac{P^- - P_0}{P_1 - P_0} = 1, \quad (8)$$

где индексы - и + относятся к параметрам на характеристиках c^- и c^+ соответственно.

$$\text{Искомыми величинами являются } q^+ = \frac{P^+ - P_0}{P_1 - P_0}; \quad \beta^v = \frac{\beta}{P_{10}^{1/2} R_0^{-1/2}}.$$

Регулярная рефракция. Скорость движения точки В на фронтах BR, BT вдоль оси OX есть (N^+, N^-) - скорости распространения ударных волн)

$$N^+ \cos \alpha = N^- \cos \beta, \quad (9)$$

то есть имеем

$$\frac{c_0^- - c_0^+}{R_0^- c_0^- P_{10}} = \frac{c_0^+}{c_0^-} \left(\frac{R_0^+ B_0^-}{R_0^- B_0^+} q^+ - \frac{1}{2} \alpha^{v2} \right) - \left(q^- - \frac{1}{2} \beta^{v2} \right). \quad (10)$$

Отсюда при c_γ порядка 1 имеем

$$\beta^{v2} - \alpha^{v2} = q^- - q^+ + 2c_\gamma. \quad (11)$$

При существенно различных c_0^+ и c_0^- , когда c_γ порядка $1/P_{10}$ имеем

$$\cos \beta = (N^+ / N^-) \cos \alpha = c_0^+ / c_0^- \quad (12)$$

При конечных значениях угла β получаем β^v порядка $1/P_{10}^{1/2}$.
Из анализа течения в волне разряжения следует

$$q^+ \beta^v = q^- \alpha^v + \frac{1}{3} \{ [2(\delta_B - q^+)]^{3/2} - [2(\delta_B - q^-)]^{3/2} \}. \quad (13)$$

Исключая β^v из (11) и (13), окончательно получим

$$2c_\gamma = \frac{\{q^- \alpha^v + (1/3)[(\alpha^{v2} + q^- - 2q^+)^{3/2} - (\alpha^{v2} - q^-)^{3/2}]\}^2}{q^{+2}} - \alpha^{v2} - q^- + q^+ \quad (14)$$

Выражения (13), (14) используются для нахождения q^+ , β^v .

Нерегулярная рефракция. Фронт I отходит от свободной поверхности, вблизи которой возникает искривленный фронт Маха ВА, касательная к ВА в точке В имеет угол δ ; $\delta^v = \frac{\delta}{R_0^{1/2} P_{10}^{1/2}}$, $\delta^v = \sqrt{2\delta_B - \mu_B} = \delta_B^{1/2}$.

Отсюда, аналогично регулярному случаю, имеем при c_γ порядка 1:

$$\beta^{v2} - \delta^{v2} = q^- - q^+ + 2c_\gamma \quad \text{или} \quad \beta^{v2} = 2\delta_B - q^+ + 2c_\gamma \quad (15)$$

При существенно различных c_0^+ и c_0^- , когда c_γ порядка $1/P_{10}$, будем иметь

$$\cos \beta = (N^+ / N^-) \cos \delta = c_0^- / c_0^+ \quad (16)$$

При конечных углах β , имеем β^v порядка $1/P_{10}^{1/2}$.

Из анализа течения в волне разряжения следует

$$q^+ \beta^v = v_0^- + [2(\delta_B - q^+)]^{3/2} / 3, \quad d = v_0^- \quad (17)$$

Исключая β^v из (15) и (17), получим окончательное уравнение

$$2c_\gamma = [v_0^- + \frac{1}{3}[2(\delta_B - q^+)]^{3/2}]^2 / q^{+2} + q^+ - 2\delta_B \quad (18)$$

Здесь согласно [1] удобно ввести зависимость $\delta_B = \delta_B(\alpha^v)$.

Выражения (17), (18) используются для нахождения q^+ , β^v .

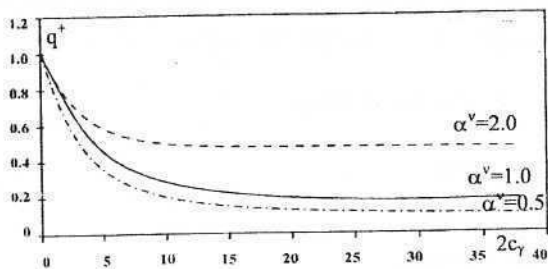


Рис. 2

На рис. 2 представлена зависимость

$$q^+ = q^+(c_\gamma, \alpha^v),$$

соответствующая следующим режимам: регулярному, нерегулярному и переходному ($\alpha^v = 1$).

На рис. 3 изображены границы следующих областей в плоскости (α, ε) :
 нерегулярной В,
 регулярной А,
 регулярной с ударной волной,
 замыкающей зону разряжения А',
 при различных газосодержаниях смеси γ в области G в случаях вырождения преломленной ударной волны, то есть когда $\gamma^+ = 0$.

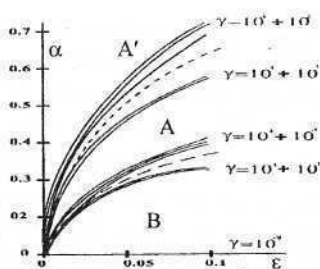


Рис. 3

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Шиндяпин Г.П., Ковалев А.Д. Математическое моделирование в задачах динамики многофазных сред. Саратов, 1990. Ч. 2.

УДК 539.3

Я. А. Парфёнова

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О РАСПРОСТРАНЕНИИ ИЗГИБНЫХ ВОЛН В ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНЫХ СОСТАВНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧКАХ*

Рассматривается задача о распространении изгибных волн, возникающих в составных цилиндрических оболочках при ударном осесимметричном воздействии на торец. Составная оболочка представляет собой конструкцию, состоящую из двух упругих тонкостенных цилиндров различной толщины с общей срединной поверхностью. Второй цилиндр считается полубесконечным (рисунок).

Элементы оболочки выполнены из трансверсально-изотропных материалов, причём направление трансверсальной изотропии совпадает с осью конструкции и перпендикулярно торцу, к которому приложена нагрузка.

После попадания фронта падающей волны, порождённой приложением нагрузки на торец, на стык элементов оболочки возникает отражённая волна в первой части конструкции и прошедшая во второй. В

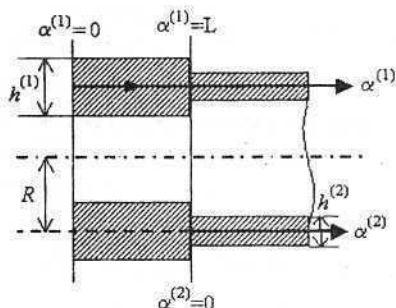


Схема составной цилиндрической оболочки

* Работа выполнена при финансовой поддержке INTAS (грант YSF 01/1-19).