

$$C_\varphi + p^* e^* \rho(t_k) \sin \varphi_k^* + (1 + e^* \cos \varphi_k^*)^2 \left[\frac{e^* c^*}{p^*} s_1(t_k) \cos \varphi_k^* + \frac{1}{2} v_3(t_k) \right] = 0, \quad (16)$$

где C_φ – постоянная интегрирования,
и первый интеграл

$$H^0 = -(\alpha_1 + \alpha_2 p^{02}) + \rho v_1 + s_1 \left(\frac{c^2}{r^3} - \frac{fM}{r^2} + p_1^0 \right) + e r p_2^0 + \frac{r v_1 p_3^0}{2c} + \frac{c v_3}{2r^2} + \frac{c^* C_\varphi}{p^{*2}} = 0. \quad (17)$$

Таким образом, исходная краевая задача оптимального управления орбитальным движением КА, описываемая системой 16-ти нелинейных ДУ, сведена к краевой задаче, описываемой системой 10-ти нелинейных ДУ, правые части которых не только не усложнились, но и упростились.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Челноков Ю.Н. Применение кватернионов в задачах оптимального управления движением центра масс космического аппарата в ньютоновском гравитационном поле. Ч.1 // Космические исследования. 2001. Т. 39, № 5. С. 502 – 517.

УДК 301.15.15.07.02

Я. Г. Сапунков

ОПТИМАЛЬНЫЕ ТРАЕКТОРИИ И УПРАВЛЕНИЯ В ЗАДАЧЕ О ВСТРЕЧЕ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ*

В статье представлены результаты расчётов для решения пространственной задачи оптимального управления с помощью принципа максимума Понтрягина о встрече двух космических аппаратов (КА), один из которых движется по эллиптической орбите только под действием силы притяжения к центру. Для решения задачи используются кватернионные или векторные элементы орбиты, в которых уравнения движения КА являются регулярными и обладают структурой, удобной для численного решения задач оптимального управления с применением ЭВМ. Рассмотрены два варианта функционала, определяющего качество процессов управления.

1. Движение совокупности управляемого и неуправляемого космических аппаратов в безразмерных кватернионных элементах орбит **A** и **B** описывается уравнениями [1, 2]:

$$\frac{d\mathbf{A}}{d\varphi} = -\varepsilon Q \mathbf{F}_1 \sin \varphi, \quad \frac{d\mathbf{B}}{d\varphi} = \varepsilon Q \mathbf{F}_1 \cos \varphi, \quad \frac{dt}{d\varphi} = u^2 \sqrt{2Q}, \quad Q = A^2 + B^2, \quad \mathbf{q} = P(\mathbf{u})\mathbf{p},$$

$$\mathbf{F}_1 = u^2 \mathbf{q} + (\mathbf{w}, \mathbf{q})\mathbf{w}, \quad \mathbf{u} = A \cos \varphi + B \sin \varphi, \quad \mathbf{w} = -A \sin \varphi + B \cos \varphi, \quad (1)$$

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 02-01-00988).

$$\mathbf{u}_a = A_a \cos \varphi_a + B_a \sin \varphi_a, \quad \mathbf{w}_a = -A_a \sin \varphi_a + B_a \cos \varphi_a, \quad \frac{d\varphi_a}{d\varphi} = \frac{u^2}{u_a^2} \left(\frac{Q}{Q_a} \right)^{1/2}, \quad Q_a = A_a^2 + B_a^2,$$

на безразмерный управляющий параметр p тяги наложено ограничение $|p| \leq 1, \varepsilon$ – отношение максимальной тяги к характерному значению силы притяжения аппарата к центру, φ – независимая переменная, t – безразмерное время. Величины с нижним индексом «а» относятся к неуправляемому аппарату, при этом кватернионы A_a, B_a – постоянные величины.

В начальный момент времени состояние управляемого и неуправляемого КА определяется соотношениями

$$t=0, \quad \varphi=0, \quad \mathbf{A}=\mathbf{A}_n, \quad \mathbf{B}=\mathbf{B}_n, \quad \varphi_a=0. \quad (2)$$

Качество процесса управления определяется одним из двух вариантов функционала

$$I = \int_0^{t_k} (\alpha_1 + \alpha_2 \varepsilon |p|) dt = \int_0^{\varphi_k} (\alpha_1 + \alpha_2 \varepsilon |p|) u^2 (2Q)^{1/2} d\varphi, \quad (3)$$

$$I = \int_0^{t_k} (\alpha_1 + \alpha_2 \varepsilon^2 p^2) dt = \int_0^{\varphi_k} (\alpha_1 + \alpha_2 \varepsilon^2 p^2) u^2 (2Q)^{1/2} d\varphi, \quad (4)$$

представляющими собой свёртки с весовыми множителями $\alpha_i \geq 0$ ($i=1,2$) двух критериев, определяющих длительность процесса и суммарную величину импульса тяги, отнесённой к единице массы КА, для первого варианта (3) и энергии для второго варианта (4), затраченных на процесс управления. В момент мягкой встречи положения и скорости аппаратов совпадают.

Требуется найти управление, удовлетворяющее ограничению, которое для управляемой системы (1), начинающей движение из начального состояния (2), обеспечивает мягкую встречу и сообщает минимальное значение одному из функционалов (3) или (4) в зависимости от варианта задачи.

2. Для решения краевых задач, описанных в [1, 2], к которым принцип максимума Понтрягина сводит решение задач оптимального управления, разработан метод, сочетающий модифицированный метод Ньютона и метод градиентного спуска.

В расчётах полагалось, что управляемый аппарат начинает движение от точки В круговой орбиты Земли, лежащей в плоскости Oxy , а неуправляемый аппарат движется от точки А по круговой орбите с радиусом орбиты Марса и с углом наклона, равным 18.67° .

На рис. 1 в безразмерных переменных изображены траектории движения космических аппаратов и компоненты оптимального управления для первого варианта функционала (3) со следующими значениями весовых множителей: $\alpha_1=0.2, \alpha_2=2$ и $\varepsilon=0.1$.

Траектории и управления на рис. 2 соответствуют второму варианту функционала (4) со значениями $\alpha_1=0.2$, $\alpha_2=40$, $\varepsilon=0.2$.

В таблице представлены в безразмерных переменных координаты положений и вектора скорости космических аппаратов в начальный и конечный моменты времени.

Во второй и третьей строках таблицы указаны координаты положения и скорости управляемого и неуправляемого аппаратов в начальный момент времени соответственно. В четвертой и пятой строках указаны положения и скорости аппаратов в момент мягкой встречи для первого и второго вариантов функционала соответственно.

Координаты положений отнесены к радиусу орбиты Земли, а вектора скорости к скорости движения Земли по орбите, в безразмерных переменных земному году соответствует 2π . Для первого варианта функционала длительность перелёта составляет 1.8132 земного года, а для второго — 1.8059.

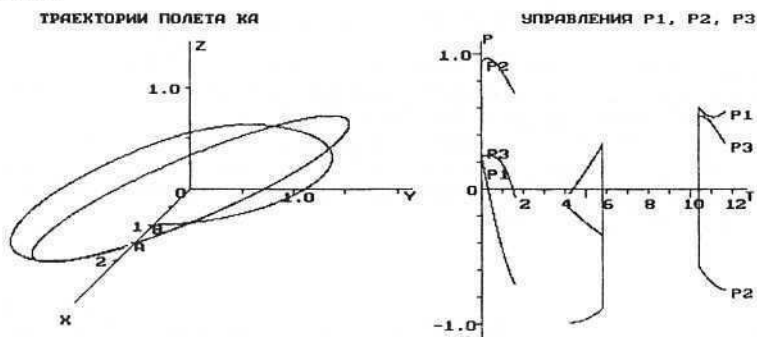


Рис. 1

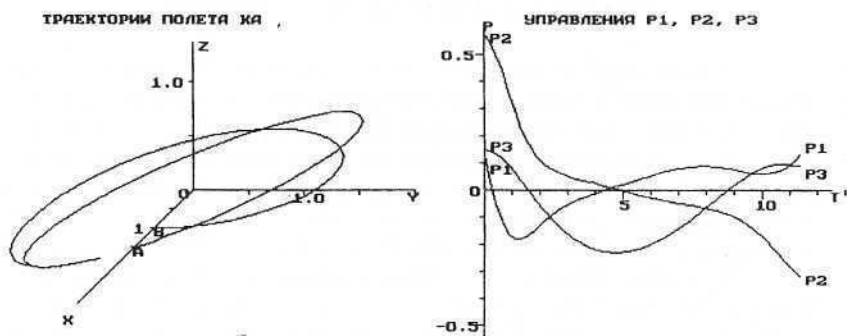


Рис. 2

t	x	y	z	v_x	v_y	v_z
0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0
0.0	1.52	0.0	0.0	0.0	0.7684	0.2597
11.3929	1.4887	-0.2901	-0.0981	0.1634	0.7527	0.2544
11.3467	1.48087	-0.3248	-0.1098	0.1836	0.7486	0.2530

На рис. 1 видно, что оптимальное управление в случае функционала (3) состоит из пяти этапов, среди которых первый, третий и пятый являются активными, где $|\mathbf{p}| = 1$, а второй и четвёртый – пассивными, $|\mathbf{p}| = 0$. Длительности этапов в порядке их следования в безразмерных переменных равны 1.5965, 2.5799, 1.6771, 4.2468, 1.2926. При этом суммарная длительность пассивных этапов составляет 59.92% от общей длительности перелёта. В случае функционала (4) вектор управления представляет собой непрерывную функцию времени.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Сапунков Я.Г. Кватернионные элементы орбиты в задаче оптимального управления для встречи двух космических аппаратов // Математика. Механика: Сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2002. Вып. 4. С. 210 – 213.
2. Сапунков Я.Г. Применение кватернионных элементов орбиты в задаче оптимального управления космическим аппаратом // Проблемы и перспективы прецизионной механики и управления в машиностроении: Материалы междунар. конф. ИПТМУ РАН. Саратов, 2002. С. 107 – 109.

УДК 533.6011

Я. Г. Сапунков, Г. П. Шиндяпин, В. А. Поршнев, Н. В. Федорев

ЗАВИСИМОСТЬ ХАРАКТЕРИСТИК ДЕТОНАЦИОННОГО ДВИГАТЕЛЯ ОТ ГЕОМЕТРИИ КАМЕРЫ И ДИФFUЗОРА

В работах [1, 2] на основе одномерного приближения был предложен метод расчёта движения продуктов детонации и воздуха в цилиндрической детонационной камере длиной l_1 , соединённой с коническим диффузором с углом отклонения образующей конуса от оси симметрии β и длиной l_0 . В настоящей статье приведены результаты расчётов движения газов в детонационном двигателе для различных размеров диффузора. Исследуется влияние формы диффузора на суммарный импульс давления.

Краткое описание постановки задачи и метода решения. В [2] для расчёта движения продуктов детонации взрывчатой смеси, которая в начальный момент времени заполняла цилиндрическую камеру, и воздуха, заполнявшего конический диффузор, была поставлена краевая задача для систем дифференциальных уравнений движения газообразных сред с