$$L = 2\frac{u_\infty}{|u_0|},\ V_0 = \frac{2v_0}{|u_0|^{3/2}}, \tag{7}$$

получим для L уравнение четвёртой степени $P_4(L) = 0$, возведя второе уравнение (3) дважды в квадрат (степени L^6 и L^5 уничтожаются). Из него найдём связь между L и z, так как зависимость $w = w(z)$ дана в (6). В симметричном случае ($u_{1+} = u_{1-}$; $v_0 = 0$) уравнение имеет вещественный корень $L_0 \approx 23{,}1$.

Из (4) после замен (5), (7) имеем

$$\pm 4V_0 = (L - B_-)\sqrt{L + B_-} - (B_- + 1)\sqrt{B_- - 1}. \tag{8}$$

Задав $M_\infty > 1$ и параметр $z \geq 0$, из (6) находим w, выбирая знак "+" ; параметр L определяем из уравнения $P_4(L) = 0$; тогда из (7) найдём $u_0 < 0$, а из (5) u_{1+} и u_{1-}, из (7) и (8) получим $\pm v_0$; из первых равенств в (4) вычислим наклоны $\gamma_\pm$, $\delta_\pm$ скачков. Проведя на плоскости (v, u) через точку (v_0, u_0) поляры P_+ и P_-,определим углы однородных потоков v_{1+} и v_{1-}. Связь между v и углом θ наклона скорости к оси x приведена в [1]: $v = (\gamma + 1)M_\infty^2\theta$, где $\gamma > 1$ – отношение теплоёмкостей (для одноатомного газа $\gamma = \frac{5}{3}$, для двухатомного — $\gamma = \frac{7}{5}$). Изменяя z, можно вычислить дозвуковое ядро.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Севостьянов Г.Д.* Основы теории околозвуковых течений газа. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1987. Ч. 1.

2. *Севостьянов Г.Д.* Регулярное несимметричное взаимодействие околозвуковых скачков // Математика. Механика: Сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2002. Вып. 4. С. 219 – 222.

3. *Гудерлей К.Г.* Теория околозвуковых течений / Пер. с нем. М.: Изд-во иностр. лит., 1960.

УДК 539.3

Н. М. Сироткина

АНАЛИЗ НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПОЛИМЕРНОЙ ПАНЕЛИ ПРИ НЕКОТОРЫХ ВИДАХ ВИБРАЦИОННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

В данной статье рассматриваются вопросы исследования напряжённо-деформированного состояния (НДС) бесконечной консольной панели, колебания которой вызваны приложенным на незакрепленном крае $\beta = \alpha$ вибрационным воздействием $M_\beta(\alpha, t) = M_0 \cos\omega t$. Определены первые три значения критической частоты внешнего возбуждения. Выявлено влияние изменения стрелы подъёма панели. Проведён сравнительный анализ для случая задания на краю панели распределённого усилия $Q_\beta(\alpha,t) = p_0 \cos\omega t$.

Рассматриваются установившиеся колебания панели под действием равномерно распределенного по незакрепленному краю момента интенсивности

$$M_\beta(\alpha,t) = M_0 \cos\omega t, \qquad (1)$$

ω – частота внешнего возбуждения, $M_0 = const$.

Полимерный материал панели подчиняется линейному закону вязкоупругости [1], а его свойства не зависят от температуры. При определении характеристик НДС панели используются соотношения строгой теории цилиндрических оболочек и считаются справедливыми гипотезы теории Кирхгофа-Лява. Система дифференциальных уравнений, описывающая НДС панели, приведена в [2].

Граничные условия в рассматриваемом случае имеют вид:
на закрепленном крае

$$v = w = \theta = 0, \qquad (2)$$

на загружённом крае

$$M_\beta = M_0 \cos\omega t, \quad T_\beta = Q_\beta = 0. \qquad (3)$$

Полученную задачу в векторной форме можно записать в виде

$$\frac{d\overline{Y}}{d\eta} = A\overline{Y}(\eta) + \overline{f}, \quad B_1\overline{Y}(0) = \overline{b}_1, \quad B_2\overline{Y}(1) = \overline{b}_2. \qquad (4)$$

Здесь $\overline{Y}(\eta) = \{v_1, v_2, w_1, w_2, \theta_1, \theta_2, T_1, T_2, M_1, M_2, Q_1, Q_2\}$, A – матрица размерности 12×12 с известными компонентами, $\overline{f}$ – вектор правых частей, определяемый видом внешнего загружения, B_1, B_2 – матрицы граничных условий размерности 6×12, $\overline{b}_1, \overline{b}_2$ – вектора размерности 6.

Краевая задача (4) решается устойчивым численным методом дискретной ортогонализации [3].

При численном расчёте рассматривались панели из полимерного материала ЭД-6 МА [4] со следующими геометрическими характеристиками:

$$a = 1 \text{ м}; h = 0.02 \text{ м}; \ f_0 = 0.1; 0.25; 0.4,$$

и $M_0 = 1$Н. Здесь a – ширина плана, на которую опирается панель, h – толщина, f_0 – безразмерная стрела подъёма.

В табл. 1 приведены значения трёх первых критических частот $\omega_*^{(i)}$ ($i = 1,2,3$) для рассмотренных значений f_0 и соответствующие максимальные значения характеристик НДС.

Таблица 1

f_0	$\omega_*^{(k)}$, с$^{-1}$	$v\cdot10^4$, м	$w\cdot10^4$, м	$\vartheta\cdot10^3$	T_β, Н/м	M_β, Н	Q, Н/м
0.1	31.29	43.50	136.43	19.57	49.49	103.70	136.97
		1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.20
	181.18	3.14	13.91	5.87	155.01	58.86	285.44
		0.75	1.00	1.00	0.40	0.00	0.00
	527.48	-0.47	2.89	2.20	170.72	35.44	282.01
		0.50	1.00	1.00	0.20	0.00	0.00
0.25	25.98	110.26	125.64	22.04	97.35	100.52	121.03
		1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.30
	115.98	7.86	22.24	6.16	196.40	59.94	270.20
		0.75	1.00	1.00	0.40	0.00	0.00
	376.44	1.34	4.54	2.92	248.25	39.78	300.97
		0.45	1.00	1.00	0.20	0.00	0.00
0.4	19.72	181.18	116.70	26.19	109.01	96.00	105.61
		1.00	0.90	1.00	0.00	0.00	0.35
	69.94	13.43	36.07	6.87	158.79	58.63	214.02
		0.70	1.00	1.00	0.40	0.00	0.00
	238.85	2.81	7.84	3.93	231.37	43.72	281.88
		0.45	1.00	1.00	0.15	0.00	0.00

Данные, представленные в табл. 1, показывают, что с ростом номера частоты характеристики НДС убывают. Существенное влияние на их величину оказывает и увеличение стрелы подъёма.

В работе [2] аналогичная задача решалась в случае, когда на незакреплённом крае распределены усилия интенсивности

$$Q_\beta(\alpha,t) = p_0 \cos\omega t, \quad p_0 = 1\text{Н/м}. \tag{5}$$

Следует отметить, что значения критических частот, как и следовало ожидать, не изменились. Остались неизменными и точки по ширине панели, в которых достигаются максимальные амплитудные значения всех характеристик НДС.

Однако все амплитудные значения этих характеристик при нагрузке (1) получаются в "k" раз больше, чем при нагрузке (5). Значения коэффициента "k" приведены в табл. 2.

Таблица 2

f_0	$\omega_*^{(1)}$	$\omega_*^{(2)}$	$\omega_*^{(3)}$
0.1	1.8	4.3	8.5
0.25	1.7	4.1	12.8
0.4	1.7	14.6	56.6

Далее, используя найденные значения характеристик НДС, численным методом, изложенным в [5], можно определить температурное поле панели.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Недорезов П.Ф., Сироткина Н.М.* Численные методы исследования установившихся колебаний вязкоупругих прямоугольных пластинок и круговых цилиндрических оболочек. Саратов, 1997.

2. *Сироткина Н.М.* Исследование НДС консольной вязкоупругой панели при вибрационном изгибе // Проблемы прочности элементов конструкций под действием нагрузок и рабочих сред: Межвуз. сб. науч. тр. Саратов, 2002. С. 123 – 129.

3. *Годунов С.К.* О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений // УМН. 1961. Т. 16, вып. 3. С. 171 – 174.

4. *Коваленко А.Д., Карнаухов В.Т., Яковлева Г.А.* Нагрев вязкоупругого стержня при его поперечных колебаниях // Тепловые напряжения в элементах конструкций. 1972. Вып. 12. С. 96 – 99.

5. *Сироткина Н.М., Астафьев А.И.* О тепловом поле при вибрационном изгибе вязкоупругой панели // Проблемы прочности элементов конструкций под действием нагрузок и рабочих сред: Межвуз. сб. науч. тр. Саратов, 2001. С. 79 – 86.

УДК 533.6.011:532.529

Г. П. Шиндяпин

ПОСТРОЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЗАСЛАВСКОГО-ГРИБА В ТЕОРИИ КОРОТКИХ ВОЛН*

1. При исследовании задач распространения и взаимодействия относительно слабых ударных волн в газах и газожидкостных средах используется асимптотическая система уравнений коротких волн [1] (μ, ν – компоненты скорости, δ, Y – независимые полярные координаты)

$$2(\mu-\delta)\mu_\delta+\nu_Y+\mu=0, \quad \mu_Y=\nu_\delta, \quad \mu=P^{(1)}=H^{(1)} \tag{1}$$

Среди различных классов точных частных решений [2] этой системы выделяется класс решений Заславского-Гриба [3] (q – параметр)

$$\mu=\varphi_2(q)Y^2+\varphi_1(q)Y+\varphi_0(q);\ \delta=qY^2+\chi_1(q)Y+\chi_0(q);$$
$$\nu=\psi_3(q)Y^3+\psi_2(q)Y^2+\psi_1(q)Y+\psi_0(q), \tag{2}$$

позволяющий точно удовлетворить условиям динамической совместности на фронте ударной волны $\delta=\delta^*(Y)$ при $q=q^*=const$ ($\mu_1=1;0;\eta.\ \alpha^\nu,\eta$ – параметры подобия задачи)

$$\left(\frac{d\delta^*}{dY}\right)^2=2\delta-\mu-\mu_1, \quad (\mu-\mu_1)\frac{d\delta^*}{dY}=\nu-\nu_1, \quad \nu_1=-\mu_1\left(Y\pm\alpha^\nu\right). \tag{3}$$

* Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования РФ (проект 205.01.01.030, грант № 03-01-00524).