

А.Л. Лукашов

ОЦЕНКА КОНСТАНТ ЛЕБЕГА ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ НА НЕСКОЛЬКИХ ОТРЕЗКАХ

Изучение констант Лебега интерполяционных процессов Лагранжа на множествах — одна из основных задач теории интерполирования (см., например, [1]). Основная цель предлагаемой статьи — дать оценку константы Лебега для случая нескольких отрезков и матрицы узлов интерполирования, составленной из нулей многочленов, наименее уклоняющихся от нуля.

Приведем основные определения (подробнее о терминологии и истории вопроса см. [2]). Пусть $E = [a_1, a_2] \cup \dots \cup [a_{2l-1}, a_{2l}]$ — система непересекающихся отрезков на действительной прямой такая, что $\omega_j(\infty) \in \mathbb{Q}$, $j = 1, \dots, l$, где $\omega_j(\infty)$ — гармонические меры отрезков $[a_{2j-1}, a_{2j}]$ относительно бесконечно удаленной точки. Далее, пусть $\mathcal{T}_n(x)$ — многочлены, наименее уклоняющиеся от нуля на E , и $x_{k,n}$ — их нули, образующие матрицу узлов интерполирования. Обозначим через L_n соответствующие константы Лебега, т.е.

$$L_n = \max_{x \in E} \sum_{k=1}^n \left| \frac{\mathcal{T}_n(x)}{\mathcal{T}'_n(x_{k,n})(x - x_{k,n})} \right|.$$

Теорема. При выполнении всех перечисленных ранее условий

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{L_n}{\log n} \geq \frac{2}{\pi}.$$

Доказательство. При условии рациональности гармонических мер составляющих E отрезков для некоторого $q \in \mathbb{N}$ существует многочлен, наименее уклоняющийся от нуля на E с максимальным числом точек уклонения $(n + l)$. Тогда многочлены степеней nq , наименее уклоняющиеся от нуля на E , имеют вид

$$\mathcal{T}_{nq}(x) = T_n(\mathcal{T}_q(x)).$$

Обозначим через $y_{j,n}$, $j = 1, \dots, n$, нули многочленов Чебышева первого рода T_n , тогда

$$L_{nq} = \max_{x \in E} \sum_{j=1}^n \frac{T_n(y_{j,n})}{|T'_n(y_{j,n})||y - y_{j,n}|} \sum_{k: \mathcal{T}_q(x_{k,nq})=y_{j,n}} \frac{|\mathcal{T}_q(x) - y_{j,n}|}{|\mathcal{T}'_q(x_{k,nq})||x - x_{k,nq}|} \geq$$

$$\max_{x \in E} \sum_{j=1}^n \frac{T_n(y_{j,n})}{|T'_n(y_{j,n})||y - y_{j,n}|} \left| \sum_{k: \mathcal{T}_q(x_{k,nq})=y_{j,n}} \frac{(\mathcal{T}_q(x) - y_{j,n})}{\mathcal{T}'_q(x_{k,nq})(x - x_{k,nq})} \right|.$$

Так как последняя сумма равна единице по свойствам интерполяционных многочленов, то в результате получим константу Лебега интерполяционных процессов Лагранжа по нулям классических многочленов Чебышева, которая, как известно (см. [1]) равна

$$\frac{2}{\pi} \log n + C + o(1).$$

Отсюда легко получаем требуемое.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 07-01-00167) и гранта Президента РФ (проект НШ-2970.2008.01).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Привалов А.А.* Теория интерполирования функций: В 2-х кн. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1990.

2. *Лукашов А.Л.* Неравенства для производных рациональных функций на нескольких отрезках //Изв. РАН. Сер. математическая. 2004. Т.68, Вып.3. С. 115–138.

УДК 518.91

А.Д.Луньков

РЕГРЕССИОННЫЕ МЕТОДЫ ПАНЕЛЬНЫХ ДАННЫХ ДЛЯ ДЕМОГРАФИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РОССИЙСКИХ РЕГИОНОВ

В данной статье построена регрессионная модель, описывающая на основе данных по регионам Российской Федерации зависимость показателей рождаемости от социально-экономических факторов.

Используются данные для 77 административных единиц (Москва, Санкт-Петербург, области, края, республики). Из наблюдения ввиду недостаточности данных исключена лишь Чеченская Республика. Показатели относятся к 2001-2006 г.г. Исходная информация содержится на сайте Роскомстата www.gks.ru и в Российском статистическом ежегоднике.

Введем обозначения: Y — число родившихся детей, отнесенное к числу совершеннолетних граждан; X_1 — число браков, отнесенное к тому же показателю; X_2 — число разводов, отнесенное к тому же показателю; X_3 — число зарегистрированных безработных, отнесенное ко всему населению (на начало года); X_4 — число преступлений, связанных с оборотом оружия, отнесенное ко всему населению.

Первая переменная — зависимая, она выбрана в качестве показателя, характеризующего рождаемость. Остальные переменные выбраны объясняющими для регрессионной модели.

Эти факторы характеризуют отношение в обществе к браку, уровень социального стресса, уровень экономической нестабильности. К сожалению,