Так как последняя сумма равна единице по свойствам интерполяционных многочленов, то в результате получим константу Лебега интерполяционных процессов Лагранжа по нулям классических многочленов Чебышева, которая, как известно (см. [1]) равна

$$\frac{2}{\pi}\log n + C + o(1).$$

Отсюда легко получаем требуемое.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 07-01-00167) и гранта Президента РФ (проект НШ-2970.2008.01).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Привалов А.А.* Теория интерполирования функций: В 2-х кн. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1990.

2. *Лукашов А.Л.* Неравенства для производных рациональных функций на нескольких отрезках //Изв. РАН. Сер. математическая. 2004. Т.68, Вып.3. С. 115–138.

УДК 518.91

А.Д.Луньков

РЕГРЕССИОННЫЕ МЕТОДЫ ПАНЕЛЬНЫХ ДАННЫХ ДЛЯ ДЕМОГРАФИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РОССИЙСКИХ РЕГИОНОВ

В данной статье построена регрессионная модель, описывающая на основе данных по регионам Российской Федерации зависимость показателей рождаемости от социально-экономических факторов.

Используются данные для 77 административных единиц (Москва, Санкт-Петербург, области, края, республики). Из наблюдения ввиду недостаточности данных исключена лишь Чеченская Республика. Показатели относятся к 2001-2006 г.г. Исходная информация содержится на сайте Роскомстата www.gks.ru и в Российском статистическом ежегоднике.

Введем обозначения: Y — число родившихся детей, отнесенное к числу совершеннолетних граждан; X_1 — число браков, отнесенное к тому же показателю; X_2 — число разводов, отнесенное к тому же показателю; X_3 — число зарегистрированных безработных, отнесенное ко всему населению (на начало года); X_4 — число преступлений, связанных с оборотом оружия, отнесенное ко всему населению.

Первая переменная — зависимая, она выбрана в качестве показателя, характеризующего рождаемость. Остальные переменные выбраны объясняюшими для регрессионной модели.

Эти факторы характеризуют отношение в обществе к браку, уровень социального стресса, уровень экономической нестабильности. К сожалению, отсутствует в должном объеме информация о показателях, адекватно характеризующих качество здравоохранения. В некоторых источниках, например в [1], таким показателем считается смертность от аппендицита – показатель, близкий к нулю при минимальном порядке в лечебных учреждениях. Принято считать, что число врачей, больниц, койко-мест на душу населения, характеризует лишь количественную сторону процесса.

Коэффициенты корреляции между объясняющими переменными практически незначимы.

Классическая линейная регрессионная модель, описанная в [2], имеет вид

$$Y = X\beta + \varepsilon, \quad \mathrm{E}(\varepsilon) = 0;\ \mathrm{V}(\varepsilon) = E(\varepsilon\varepsilon') = \sigma^2 I_n.$$

Оценив неизвестные параметры, получаем модель следующего вида:

$$y = 1,2\, x_1 - 0,75\, x_2 + 120,73 + 0,01\, x_4 + 4,36.$$

Все коэффициенты значимы на стандартном уровне 0,95, значима и модель. Однако коэффициент детерминации объясняет лишь 42% изменения дисперсии. Кроме того, знаки при коэффициентах противоречат естественным предположениям (необъяснимо, например, вытекающее для модели предположение о положительном влиянии роста преступности и безработицы на рождаемость). Таким образом, модель нельзя считать адекватной.

Применяя модель к рассматриваемым данным, мы не учитываем то, что в течение нескольких временных периодов наблюдаются одни и те же объекты (регионы). Данные имеют панельную структуру. В таком случае для компонент регрессионной модели справедливо представление:

$$y_{it} = \alpha_i + x_{it}'\beta + \varepsilon_{it}.$$

Здесь y_{it} – зависимая переменная для экономической единицы i в момент времени t, x_{it} – набор объясняющих переменных (вектор размерности k) и ε_{it} – соответствующая ошибка, $i = 1, \ldots, n$, $t = 1, \ldots, T$. В зависимости от предположений относительно характера величины α_i рассматриваются две модели. В модели с фиксированным эффектом предполагается, что величины α_i являются неизвестными параметрами. Случайный эффект означает, что $\alpha_i = \mu + u_i$, где μ – параметр, общий для всех единиц во все моменты времени, а u_i – ошибки, некоррелированные с ε_{it} и некоррелированные между собой при разных i. Полная спецификация и методика оценки параметров таких моделей описана в [2]. При наличии, например, фиксированного эффекта, МНК-оценки будут несмещенными и эффективными, но, вообще говоря, не состоятельными за счет малого числа временных периодов([2]).

Оценим параметры модели в предположении наличия индивидуального эффекта α_i. Для модели с фиксированным эффектом получаем:

$$y = \underset{(0{,}06)}{0,4\, x_1} + \underset{(0{,}03)}{0,25\, x_2} - \underset{(5{,}92)}{14,234} - \underset{(0{,}08)}{0,04\, x_4} + \underset{(0{,}05)}{0,011} + \alpha_i$$

Все коэффициенты значимы, уравнение значимо. В скобках указаны стандартные ошибки. Что существенно, знаки при всех коэффициентах не противоречат естественным предположениям.

При построении модели со случайным эффектом тест Вальда отвергает гипотезу о стандартной модели в пользу случайного эффекта. Знаки при коэффициентах не противоречат естественным тенденциям. Однако при показателе безработицы коэффициент незначим. Тест Хаусмана также отвергает гипотезу о случайном эффекте.

Выбор в пользу модели с фиксированным эффектом имеет естественное объяснение. Безусловно, процессы рождаемости определяются не только набором формализуемых социально-экономических показателей. Они зависят и от некоторых характеристик, не поддающихся непосредственному измерению, а связанных с семейным укладом, отношением к институту семьи и к материнству, расстановкой приоритетов между семьей и работой для женщины. Такие отношения индивидуальны хотя бы в некоторых из регионов. Для ответа на вопрос о том, существенны ли они для изучения того или иного процесса, и используются модели с индивидуальным эффектом. В нашем случае индивидуальный эффект – это некая «добавка» к рождаемости, полученная для данного региона. Оценив величины индивидуальных эффектов, наблюдаем, что значения коэффициентов положительны в национальных республиках, в областях и краях Восточной Сибири и Дальнего Востока. Нарушает однородность этого списка многонациональная Астраханская область, а также Архангельская и Вологодская области. Минимальные значения коэффициентов наблюдаются практически во всей центральной полосе – в регионах вокруг Москвы и Санкт-Петербурга, и непосредственно в самих городах. Действительно, вряд ли коэффициентам рождаемости в мегаполисах можно дать то же объяснение, что и в других регионах. Впрочем, разные причины порой приводят к одним и тем же эффектам. Нет центральных регионов с положительным эффектом. Приведем максимальные и минимальные коэффициенты, умноженные на 1000:

Тыва	13.86898
Республика Алтай	7.374624
Якутия	6.20173
Ингушетия	6.085838
Дагестан	5.933025
Ленинградская область	-2.885122
Санкт-Петербург	-2.919571
Рязанская область	-2.947467
Москва	-2.985784
Тульская область	-3.626536

Для модели со случайным эффектом используется предположение о некоррелированности ошибок наблюдения во времени и пространстве. Возможно, такое предположение не вполне реалистично хотя бы во второй своей части – в едином государстве нет экономически и политически изолированных субъектов, процессы в соседних регионах взаимосвязаны, хотя связь определяется не только расстоянием. Для учета данного фактора в рамках расширенной модели со случайным эффектом [3] требуется оценка некоторой весовой диагональной матрицы, определяющей близость между объектами. Соответственно итоговая модель зависит от принципов, по которым строится матрица. Оценив матрицу, можно проверить гипотезы о пространственной и временной автокорреляции для случайного эффекта.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Касьян Г.А.* Скачок смертности в России: результаты анализа международных панельных данных // Препринт # BSP/02/055 R. М.: Российская экономическая школа, 2002. 64 с.

2. *Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А.* Эконометрика. Начальный курс: Учебник. 6-е изд., перераб. и доп. М.: Дело, 2004. 576 с.

3. *Baltagi B.H., Song S.H., Jung B.C., Koh W.* Testing for serial correlation, spatial autocorrelation and random effects using panel data //J. of Econometrics. 2007. V.140, №1. P.5-51

УДК 519.853.3

Е.А. Мещерякова

О ДВУХ ЗАДАЧАХ ПО ОЦЕНКЕ ВЫПУКЛОГО КОМПАКТА ШАРОМ

Пусть D — выпуклый компакт из $\mathbb{R}^p$, $int\mathrm{D} \neq \varnothing$, $n(x)$ — некоторая норма на $\mathbb{R}^p$. Функции

$$R(x) = \max_{y \in D} n(x-y),\ \rho_D(x) = \min_{y \in D} n(x-y)$$

выражают соответственно расстояния от точки x до самой удаленной и самой близкой точки множества D. Известно, что функция $R(x)$ выпукла на $\mathbb{R}^p$, а $\rho_\Omega(x)$, где $\Omega = \overline{\mathbb{R}^p \backslash D}$, является вогнутой функцией на D. Задачей асферичности выпуклого компакта D называют

$$\varphi_1(x) \equiv \frac{R(x)}{\rho_\Omega(x)} \longrightarrow \min_{x \in D}. \tag{1}$$

Задача о постороении шарового слоя наименьшего объема, содержащего границу выпуклого компакта D сводится к задаче

$$\varphi_2(x) \equiv R^p(x) - \rho_\Omega^p(x) \longrightarrow \min_{x \in D}. \tag{2}$$