Аналогичные зависимости получены для первых четырех корней систем с другими граничными условиями, которые при известных λ и γ позволяют найти α_1 и по формулам (4) - собственные частоты. Из этих зависимостей следуют, как частные случаи классические значения λ. Для рассмотренного примера $\alpha_s = s\pi$ $(s = \overline{1...4})$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бабаков И.М.* Теория колебаний. М.:Наука, 1965.

2. *Антоненко Э.В.* Свободные колебания и устойчивость оболочек с упругими краевыми ребрами // Прикл. механика. 1975. Т. IV, вып. 6. С. 44-50.

3. *Кан С.Н.* Строительная механика оболочек. М.:Машиностроение, 1966.

УДК 533.6.011/533.625/661.013

В. В. Безлюдный, В. В. Мозжилкин

РАСЧЕТ СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ ГАРМОНИЧЕСКИ КОЛЕБЛЮЩИХСЯ ТЕЛ

В настоящее время для расчета нестационарных аэродинамических характеристик летательных аппаратов (ЛА) широко используется линейная теория [1]. Однако, при сверхзвуковых скоростях полета в силу возникновения ударных волн, их взаимодействия друг с другом, точность таких результатов может быть невысокой.

Численные методы расчета трехмерных неустановившихся течений в настоящее время требуют больших вычислительных ресурсов и поэтому не могут широко использоваться для параметрического исследования характеристик ЛА.

В связи с этим предлагается численный метод расчета нестационарного сверхзвукового обтекания тел, основанный на линеаризации трехмерных неустановившихся течений в предположении, что тело совершает малые гармонические колебания около некоторого среднего положения, то есть его поверхность можно представить уравнением:

$$z = F(x, y, t) = f_0(x, y) + f_\omega(x, y)e^{i\omega t} \qquad (1)$$

$$|f_\omega| << f_0, \quad Sh = \omega L / V_\infty << 1.$$

Здесь ω- круговая частота колебаний; L- характерный размер тела; V_∞ - скорость набегающего потока. Система координат выбрана таким образом, что ось oX параллельна набегающему потоку. Представляя решение в виде

$$U(x, y, z, t) = U_0(x, y, z) + U_\omega(x, y, z)e^{i\omega t}, \qquad (2)$$

получим краевую задачу для стационарных уравнений Эйлера и систему линейных уравнений, оператор которой совпадает с оператором стационарной системы. Это позволяет применить единый численный метод для решения данных систем.

Примем допущение, что течение во всей области является «x- сверхзвуковым», то есть x - координата скорости газа больше скорости звука. Тогда как стационарные уравнения Эйлера, так и линейная система для возмущений будут гиперболическими. Это позволяет применить для их решения разностную схему С.К. Годунова распада произвольного разрыва (стационарный вариант) [2].

Численное решение строится с явным выделением головной ударной волны, уравнение которой представляется в виде

$$z = \varphi(x,\ y,\ t) = \varphi_0(x,\ y) + \varphi_\omega(x,\ y)e^{i\omega t}. \qquad (3)$$

В предположении (1) как для стационарной задачи, так и для нестационарного возмущения счетная область ограничена головной стационарной ударной волной

$$z = \varphi_0(x,\ y) \qquad (4\ а)$$

и средним положением поверхности тела

$$z = f_0(x,\ y). \qquad (4\ б)$$

Сетка строится аналогично [2]. Область, ограниченная поверхностью тела и фронтом ударной волны делится на слои x = const. В каждой из этих плоскостей строится сетка с количеством узлов $m*n$ такая, что при отображении физической плоскости в плоскость индексов, сетка преобразовывалась бы в прямоугольник. Величина шага сетки по x должна удовлетворять условию Куранта-Фридрихса-Леви (см. [2]).

Расчет стационарной задачи методом Годунова полностью аналогичен [2].

Уравнения для нестационарной добавки имеют вид

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} + i\omega D = 0. \qquad (5)$$

Здесь A, B, C, D - линейные функции от возмущений.

Разностная схема Годунова для (5) может быть записана в виде:

$$(AS_x)^{j-1/2,k-1/2} = (AS_x)_{j-1/2,k-1/2} + \sum_{p=1}^{4}\left(AS_x + BS_y + CS_z\right)_{p,\alpha_p} +$$

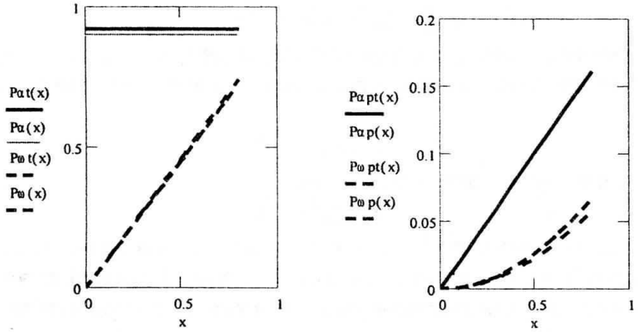
$$+ \frac{h_x}{2} i\omega D_{j-1/2,k-1/2}\left(S_x^{j-1/2,k-1/2} + S_{x\,j-1/2,k-1/2}\right);\quad j = 1,\ldots,m;\quad k = 1,\ldots,n; \qquad (6)$$

S_x, S_y, S_z - проекции граней ячеек на плоскости OYZ, OXZ, OXY, взятые со знаками соответствующих нормалей; $a_1 = (j-1,\ k-1/2)$; $a_2 = (j-1/2,\ k-1)$; $a_3 = (j,\ k-1/2)$; $a_4 = (j-1/2,\ k)$.

Замыкает соотношение (6) решение задачи о распаде произвольного разрыва для гармонических возмущений. Оно сводится к решению уравнений для инвариантов Римана системы (5). Нетрудно аналогично построить решение задач распада разрыва в окрестности тела и ударной волны.

Данная разностная схема является маршевой. Поэтому требуется задание начального слоя. Он строится по известным коническим течениям.

Рассмотрим в качестве примера обтекание пластинки, расположенной параллельно скорости стационарного потока и совершающей поступательные и вращательные колебания вдоль своей нормали (α и ωz задачи [1]). На рисунке приведены производные давления p^{α}, $p^{\omega z}$, $\dot{p}^{\alpha}$, $\dot{p}^{\omega z}$.



Производные давления для α, ωz задач (индексы α, ω).
Индекс *p* соответствует производным с точкой, *t*- точному решению

Совпадение результатов расчета и аналитического решения для $M = 2.39, Sh = 0.01$ хорошее.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Белоцерковский С.М., Скрипач Б.К., Табачников В.Г.* Крыло в нестационарном потоке газа. М.:Наука, 1971.

2. Численное решение многомерных задач газовой динамики /Под ред. С.К. Годунова. М.:Наука, 1977.