СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Маркушин А.Г.* К построению модели истечения сыпучего материала // Математика, механика и их приложения :Материалы науч.-практ. конф. Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 1998. С. 58.

2. *Биргер И.А.* Расчет конструкций с учетом пластичности и ползучести // Изв. АН СССР. Сер. механика. 1965. №2. С. 113 - 119.

3. *Биргер . И.А.* Теория пластического течения при неизотремическом нагружении // Изв. АН СССР. Сер. механика и машиностроение. 1964. №1. С. 193.

4. *Шевченко Ю.А.* Термопластичность при переменных нагружениях., Киев :Наукова думка, 1970.

5. *Маркушин А.Г.* Об алгоритме учета истории нагружения в задаче истечения сыпучего материала // Математика, механика и их приложения :Материалы науч.-практ. конф. Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 1998. С. 56.

УДК 539.3

В. А. Крысько, Л. Ф. Вахлаева, Т. В. Вахлаева

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ И БИФУРКАЦИЙ ПЛАСТИНКИ ПРИ НЕОДНОРОДНЫХ ВДОЛЬ СТОРОНЫ КРАЕВЫХ УСЛОВИЯХ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПРОДОЛЬНОЙ НАГРУЗКИ

За исходные уравнения приняты уравнения Маргера-Власова-Муштари:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+\varepsilon\frac{\partial w}{\partial t}=-\frac{1}{12\left(1-\nu^2\right)}\left[\lambda^{-2}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+\lambda^2\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right]+$$
$$+\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\left[\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}-P_x\right]-2\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\frac{\partial^2 F}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\left[\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}-P_y\right]+q;$$
$$\lambda^{-2}\frac{\partial^4 F}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 F}{\partial x^2\partial y^2}+\lambda^2\frac{\partial^4 F}{\partial y^4}=-\frac{1}{2}L(w,w),$$

где $L(w,F)=\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}\dfrac{\partial^2 F}{\partial y^2}-2\dfrac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\dfrac{\partial^2 F}{\partial x\partial y}+\dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2}\dfrac{\partial^2 F}{\partial x^2}$.

Рассматриваются колебания при $\varepsilon=1$ квадратной пластинки из изотропного материала ($\nu=0.3$), у которой часть границы, а именно $\{0\le x\le 0.5, y=1\}$, защемлена, а оставшийся контур – шарнирно-оперт под действием продольной нагрузки $P_x=P_0\sin\omega t$. Из вариационных принципов в точке разрыва получены условия согласования [1]:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0.$$

Алгоритм построен следующим образом: уравнения в частных производных сводятся с помощью метода конечных разностей повышенного порядка точности $O(h^4)$ к системе линейных алгебраических уравнений относительно функции F, которая на каждом шаге по времени решается методом верхней релаксации, и системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно прогиба w, которая решается методом Рунге-Кутта четвертого порядка.

Начальные условия выбираются следующим образом: методом установления решается задача при заданных краевых условиях под действием малой поперечной нагрузки и ε =70 (коэффициент при $\dot{w}$ в уравнениях Маргера-Власова-Муштари). Величина нагрузки q выбирается такой, чтобы значение прогиба в центре было меньше 0.001. Полученное поле прогибов $w_{i,j}^{(0)}$ $(i, j = \overline{1,n})$ принимается за начальное состояние при t =0:

$$w\big|_{t=0} = w_{i,j}^{(0)}(i, j = \overline{1,n}), \qquad \frac{\partial w}{\partial t}\Big|_{t=0} = 0.$$

Рассматриваются сложные колебания и бифуркации с позиции качественной теории дифференциальных уравнений. Для этого строятся обобщенные трехмерные фазовые и обобщенные трехмерные модальные фазовые портреты, сечения Пуанкаре, зависимости $w(t)$. Также строятся аналогичные интегральные характеристики. С помощью быстрого преобразования Фурье строится график зависимости $A(\omega)$ и спектр мощности. Для выявления пространственного хаоса предложено некоторое обобщение показателей Ляпунова.

Исследование всего вышеперечисленного комплекса позволяет описать сценарий появления ряда бифуркаций, появление двухмерных и трехмерных торов и проанализировать весь сценарий динамического поведения пластинки в зависимости от управляющего параметра P_0. Показано, что возможны случаи последовательного разрушения и восстановления двухмерных и трехмерных торов. Получен сценарий перехода системы в состояние хаоса, как пространственного, так и временного.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Вахлаева Л.Ф., Крысько В.А.* Устойчивость гибких пологих оболочек прямоугольных в плане с разными вдоль стороны граничными условиями // Изв. вузов. Сер. строительство и архитектура. 1984. № 4. С. 21 - 25.