Для каждого $i = \overline{1, 2m}$ обозначим π_{-i} отображение множества B на множество $B' = A \times \{0,1\}^{p+q-1}$, которое в маркированных буквах $b = (a, k_1, \ldots, k_{2m})$ из множества B удаляет i-ую маркировку, т.е. $\pi_{-i}(b) = (a, k_1, \ldots, k_{i-1}, k_{i+1}, \ldots, k_{2m})$.

Лемма 3. *Для любых формул* Φ, Ψ *языка* $\mathcal{L}$ *и значений* $1 \leq i, j \leq m$ *выполняются равенства:* $\overline{S}_B(\Phi \wedge \Psi) = \overline{S}_B(\Phi) \cap \overline{S}_B(\Psi)$, $\overline{S}_B(\Phi \vee \Psi) = \overline{S}_B(\Phi) \cup \overline{S}_B(\Psi)$, $\overline{S}_B(\neg\Phi) = D \backslash \overline{S}_B(\Phi)$, $\pi_{-i}(\overline{S}_B(\Phi)) = \overline{S}_{B'}((\exists x_i)\Phi)$, $\pi_{-(m+j)}(\overline{S}_B(\Phi)) = \overline{S}_{B'}((\exists X_j)\Phi)$.

Теорема. *Для любого предложения* Φ *языка* $\mathcal{L}$ *спектр* $S(\Phi)$ *принадлежит классу языков* $\mathrm{Rec}_S(A)$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Molchanov V.A.* Nonstandard approach to general rational languages // Contributions to General Algebra. 2001. V. 13. P. 233-244.

2. *Молчанов В.А.* О распознавании языков полугруппами и автоматами // Математика. Механика: Сб. науч. тр. 2006. Вып. 8. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та. С. 83-86.

3. *Молчанов В.А.* О логической определяемости языков на конечных автоматах // Математика. Механика: Сб. науч. тр. 2007. Вып. 9. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та. С. 83-86.

4. *Büchi J.R.* Weak second-order arithmetic and finite automata // Z. Math. Logik and Grundl. Math. 1960. V. 6. P. 66-92.

УДК 519.4

В.Е. Новиков

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ В ФОРМАЛЬНОМ КОНТЕКСТЕ

Статья продолжает исследование связи между структурой формальных концептов и структурой функциональных зависимостей [1] на n-арном отношении, которые были начаты в [2].

Восстановим основные определения концептуального анализа [3], используя аппарат алгебры отношений В.В. Вагнера [4] на контексте с n-арным отношением. Пусть $\rho \subseteq M_1 \times \cdots \times M_n$ – n-арное отношение, где $\bar{n} := (1, 2, \ldots, n)$, $M_{\bar{n}} := M_1 \times M_2 \times \cdots \times M_n$, $\bar{\imath}_1 = i_1$ и $\bar{\imath}_k := (i_1, i_2, \ldots, i_k)$, $x_{\bar{\imath}_k} := (x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_k})$, $M_{\bar{\imath}_k} := M_{i_1} \times M_{i_2} \times \cdots \times M_{i_k}$ для произвольных $1 \leq i_1 < \ldots < i_k \leq n$, при этом также обозначаем $\bar{\imath}_k \subseteq \bar{n}$. Говорим, что k-система $x_{\bar{\imath}_k}$ *входит в отношение* ρ, если существует n-система $x_{\bar{n}} \in \rho$, для которой элементы $x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_k}$ являются её соответствующими компонентами. Для $\bar{\imath}_s, \bar{\jmath}_k \subseteq \bar{n}$, $a_{\bar{\imath}_s} \in M_{\bar{\imath}_s}$, $X \subseteq M_{\bar{\imath}_s}$ обозначим:

$$\pi_{\bar{\jmath}_k}(\rho) := \{y_{\bar{\jmath}_k} \in M_{\bar{\jmath}_k} \mid y_{\bar{\jmath}_k} \text{входит в } \rho\};$$

$$\sigma_{\{a_{\bar{\imath}_s}\}}(\rho) := \{x_{\bar{n}} \in \rho \mid \ a_{\bar{\imath}_s} \subseteq x_{\bar{n}}\};\ \rho_{\bar{\jmath}_k}\langle x_{\bar{\imath}_s}\rangle := \pi_{\bar{\jmath}_k}(\sigma_{\{x_{\bar{\imath}_s}\}}(\rho));$$

$$\overset{\frown}{\rho}_{\bar{\jmath}_k}(X) := \cap\{\rho_{\bar{\jmath}_k}\langle x_{\bar{\imath}_s}\rangle : x_{\bar{\imath}_s} \in X\};\ \overset{\frown}{\rho}_{\bar{\imath}_s\bar{\jmath}_k}(X) := \overset{\frown}{\rho}_{\bar{\imath}_s}(\overset{\frown}{\rho}_{\bar{\jmath}_k}(X)).$$

Формальный контекст определяется как тройка $\mathbb{K} = (M_{\bar{n}}, M_{\bar{\imath}_s}, \rho)$, где зафиксирован $\bar{\imath}_s \subseteq \bar{n}$. $M_{\bar{\imath}_s}$ называется *множеством объектов*, $M_{\bar{n}}$ – декартово произведение базисных множеств атрибутов, $\rho \subseteq M_{\bar{n}}$ – некоторое n-арное отношение на базисных множествах атрибутов. Если $X = \overset{\frown}{\rho}_{\bar{\imath}_s\bar{\jmath}_k}(X)$ и $\overset{\frown}{\rho}_{\bar{\imath}_s}(Y) = X$ для $Y \subseteq M_{\bar{\jmath}_k}$, то X называется *$\bar{\imath}_s$-концептом по $\bar{\jmath}_k$* и Y – *$\bar{\jmath}_k$-генератором $\bar{\imath}_s$-концепта* X. В этом случае элементы множества X будем называть *объектами*, а элементы множества Y – *атрибутами* $\bar{\imath}_s$-концепта X по $\bar{\jmath}_k$, $\bar{\jmath}_k$ будем называть *индексом* генератора или атрибута.

Будем говорить, что в отношении $\rho \subseteq M_{\bar{n}}$ *имеет место F-зависимость* $M_{l_q} \mapsto M_{\bar{\jmath}_k}$, $\bar{l}_q, \bar{\jmath}_k \subseteq \bar{n}$, если $\rho_{\bar{\jmath}_k}\langle x_{\bar{l}_q}\rangle$, $x_{\bar{l}_q} \in M_{\bar{l}_q}$, определяет отображение $\pi_{\bar{l}_q}(\rho) \mapsto \pi_{\bar{\jmath}_k}(\rho)$.

Пусть $\rho \subseteq M_{\bar{n}}$ — произвольное n-арное отношение, $\bar{l}_q, \bar{\jmath}_k \subseteq \bar{n}$ и $X \subseteq M_{\bar{\imath}_s}$, определим *срез через множество* X:

$$\overset{\smile}{\rho}_{\bar{\jmath}_k}(X) := \cup\{\rho_{\bar{\jmath}_k}\langle x_{\bar{\imath}_s}\rangle : x_{\bar{\imath}_s} \in X\};\ \overset{\smile}{\rho}_{\bar{\imath}_s\bar{\jmath}_k}(X) := \overset{\smile}{\rho}_{\bar{\imath}_s}(\overset{\smile}{\rho}_{\bar{\jmath}_k}(X)).$$

Из определений следует $\overset{\frown}{\rho}_{\bar{\imath}_s\bar{\jmath}_k}(X) \subseteq \overset{\smile}{\rho}_{\bar{\imath}_s\bar{\jmath}_k}(X)$.

Предложение 1. *Пусть в отношении $\rho \subseteq M_{\bar{n}}$ имеет место F-зависимость $M_{l_q} \mapsto M_{\bar{\jmath}_k}$, $\bar{l}_q, \bar{\jmath}_k \subseteq \bar{n}$, тогда для любого $X \subseteq M_{\bar{\jmath}_k}$ выполняется*

$$\overset{\smile}{\rho}_{\bar{\jmath}_k\bar{l}_q}(X) = X.$$

Предложение 2. *Пусть в отношении $\rho \subseteq M_{\bar{n}}$ имеет место F-зависимость $M_{l_q} \mapsto M_{\bar{\jmath}_k}$, $\bar{l}_q, \bar{\jmath}_k \subseteq \bar{n}$, и $\rho_{\bar{\jmath}_k}\langle x_{\bar{l}_q}\rangle = x_{\bar{\jmath}_k}$, тогда*

$$\rho_{\bar{\jmath}_k}\langle x_{\bar{l}_q}\rangle \subseteq \rho_{\bar{\jmath}_k}\langle x_{\bar{\jmath}_k}\rangle.$$

Теорема 1. *Пусть в отношении $\rho \subseteq M_{\bar{n}}$ имеет место F-зависимость $M_{l_q} \mapsto M_{\bar{\jmath}_k}$, $\bar{l}_q, \bar{\jmath}_k \subseteq \bar{n}$, тогда для любого $\bar{\imath}_s \subseteq \bar{n}$ каждый $\bar{\imath}_s$-концепт по $\bar{l}_q$ содержится в некотором $\bar{\imath}_s$-концепте по $\bar{\jmath}_k$, и каждый $\bar{\imath}_s$-концепт по $\bar{\jmath}_k$ содержит в себе некоторый $\bar{\imath}_s$-концепт по $\bar{l}_q$. А именно каждый $\bar{\imath}_s$-концепт по $\bar{\jmath}_k$ является объединением некоторых $\bar{\imath}_s$-концептов по $\bar{l}_q$.*

На рис. 1 с помощью кругов Эйлера показан один из возможных вариантов соотношений между этими концептами. Штрихованной линией указаны $\bar{\imath}_s$-концепты по $\bar{l}_q$, непрерывной линией — два $\bar{\imath}_s$-концепта по $\bar{\jmath}_k$.

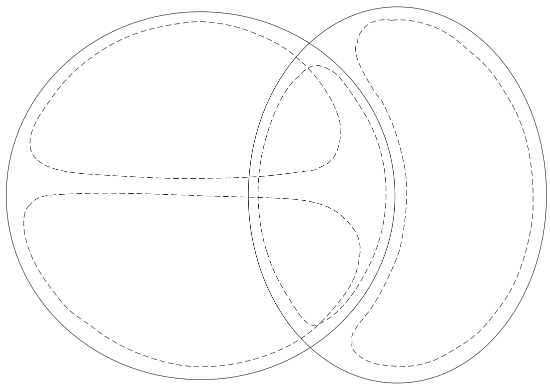

Рис. 1

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Мейер Д.* Теория реляционных баз данных. М.: Мир, 1987.
2. *Новиков В.Е.* Концепты и функциональные зависимости // Математика. Механика: Сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2007. Вып. 9. С. 68-70.
3. *Ganter B., Wille R.* Formal Concept Analysis. Mathematical Foundations. Berlin: Springer-Verlag, 1999.
4. *Вагнер В.В.* Теория отношений и алгебра частичных отображений // Теория полугрупп и её приложения. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1965. Вып.1. С. 3 - 178.

УДК 519.95: 681.31

А.А. Орел

О ПРЕОБРАЗОВАНИИ МОДЕЛЕЙ БИЗНЕС-ПРОЦЕССОВ, ОСНОВАННЫХ НА СЕТЯХ ПЕТРИ, К SADT-МОДЕЛЯМ

В работе [1] была рассмотрена технология проектирования бизнес-процессов, состоящая из двух этапов. На начальном этапе применяется методология структурного проектирования SADT [2] и создается функциональная модель, а затем на ее основе строится имитационная модель с использованием аппарата сетей Петри. Отмечено, что зачастую при построении имитационной модели лежащая в ее основе функциональная модель недостаточно точна и допускает неоднозначную трактовку. Для устранения обнаруженной неточности или неоднозначности требуется изменение функциональной модели и возврат к построению новой имитационной модели. Таким образом, реализуется некоторый итерационный процесс, в результате которого создаются все более точные модели рассматриваемой предметной области. Процесс завершается, когда устраняются все неточности и неоднозначности функциональной модели или когда достигается достаточная согласованность между функциональной и имитационной моделями.

Циклического процесса уточнения функциональной модели можно избежать, если на первом этапе проектирования построить имитационную модель на основе сети Петри. Это оправдано в случаях, когда наиболее важен