

1. Богомолов А.М., Твердохлебов В.А. Диагностика сложных систем. Киев :Наукова Думка, 1974.

УДК 519.21

Е. В. Елисеева

## ОБ ИЗБЫТОЧНОСТИ УНИВЕРСАЛЬНЫХ ТЕСТОВ

В статье приведен анализ нескольких вариантов обобщенных универсальных тестов для параметров  $X = \{0,1\}$  и  $n = 2$ , выделяющих классы автоматов.

Показано, что универсальные тесты допускают сокращение без потери свойства универсальности. Найдена длина сокращенного универсального теста. Кроме этого, рассмотрена структура множеств автоматов, возникающих в процессе распознавания. Полученные в ходе исследований результаты сформулированы в виде леммы.

Определение 1. Универсальный тест  $q \in X^*$  называется *тупиковым*, если исключение из него любой буквы дает последовательность, не являющуюся универсальным тестом.

Определение 2. Тупиковый тест наименьшей длины называется *минимальным универсальным тестом*.

**ЛЕММА.** Для конечных детерминированных автоматов с входным алфавитом  $X = \{0,1\}$  и двумя состояниями существует минимальный универсальный тест  $q \in X^*$ . Минимальный тест не единственен.

**Д о к а з а т е л ь с т в о.** Рассматриваются автоматы класса  $A_{2,2,2}$ . Длина входного слова для распознавания пар автоматов из данного класса автоматов определяется по формуле  $m = \frac{1}{2} * n * (n - 1)$ , где  $n = \sum_{i=1}^2 |S_i| = 4$ , то есть

$m = 6$ . Тогда длина универсального теста равна  $|p| = 2^6 + 6 - 1 = 69$ . Покажем, что эта величина может быть уменьшена за счет исключения вхождения некоторых слов.

Построим и проанализируем все варианты распознавания автоматов по реакциям на входные последовательности, являющиеся подсловами универсального теста.

Для этого из универсального теста  $p$  выделяются все слова  $p_{u_1}, \dots, p_{u_v}$  длины  $n_1$ , т.е.  $|p_{u_1}| = \dots = |p_{u_v}| = n_1$ . По реакциям на каждое из этих слов автоматы разбиваются на классы следующим образом. Для любого

автомата  $A_i$  и отрезка универсального теста  $p_{u_j}$  класс  $W_i^j$  состоит из автоматов, имеющих одинаковую с  $A_i$  выходную реакцию на  $p_{u_j}$ . Затем прикладываем весь универсальный тест. По выходным реакциям на этот тест автоматы также разбиваются на классы: для любого автомата  $A_i$  и универсального теста  $p$  класс  $W_i$  состоит из автоматов, имеющих одинаковую с  $A_i$  реакцию на  $p$ .

Легко показать, что для каждого  $i$  из рассматриваемого класса автоматов либо справедливо равенство  $W_i^{n_1} = W_i$ , либо найдется такой автомат, для которого будет иметь место неравенство  $W_i^{n_1} \neq W_i$ .

Равенство  $W_i^{n_1} = W_i \forall i \in \{1, \dots, 256\}$  означает, что разбиение на классы словом длины  $n_1$  совпадает с разбиением на классы универсальным тестом, то есть  $W_i^{n_1}$  содержит те же автоматы, что и  $W_i$ . Неравенство  $W_i^{n_1} \neq W_i$  означает, что разбиение на классы не окончено и  $W_i^{n_1}$  содержат различные автоматы. Тогда из универсального теста  $p$  выделяются все слова  $p_{v_1}, \dots, p_{v_v}$  длины  $n_2 = n_1 + 1$ . По реакциям на каждое из этих слов автоматы снова разбиваются на классы описанным выше образом и сравниваются с разбиением на классы после приложения универсального теста.

Заметим, что  $|W_i^{n_1}| \geq |W_i^{n_2}|$ . Действительно, чем больше длина прикладываемого слова, тем больше (или столько же) различных реакций на них можно получить, то есть тем больше (или столько же) классов, следовательно, меньше (или столько же) автоматов в каждом классе. Другими словами, имеет место  $W_i^{n_1} \supseteq W_i^{n_2}$ , а значит,  $|W_i^{n_1}| \geq |W_i^{n_2}|$ .

Процесс увеличения длины входного слова продолжается до прекращения разбиения на классы.

Описанным выше способом были найдены наименьшие по длине слова, после приложения которых прекращается разбиение на классы нераспознаваемых автоматов. Получены тесты

$$q = p_{u_j} \neq p : W_i^{n_1} = W_i^{n_2} = W_i, |p_{u_j}| = 16.$$

Очевидно, что эти тесты являются минимальными, то есть удовлетворяют условию леммы.

Заметим, что, так как из универсального теста выделялись все слова длины  $n_1$ , затем все слова длины  $n_2$ , и т.д., то такое сокращение не единственно.

Лемма доказана.

*Замечание.* Так как рассматриваются не инициальные автоматы, то выражение "автоматы  $A_k$  и  $A_i$  имеют одинаковые выходные реакции на  $p_{u_j}$ "

означает, что множества выходов этих автоматов на данное входное слово совпадают.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Твердохлебов В.А. Универсальные генераторы тестов и системы диагностики // Техническая диагностика. Ростов н/Д, 1982.

2. Твердохлебов В.А. Логические эксперименты с автоматами. Саратов, 1988.

УДК 512.5

О. В. Емельянова

### ХАРАКТЕРИЗАЦИЯ И ПЕРЕЧИСЛЕНИЕ ЦИКЛИЧЕСКИХ УПОРЯДОЧЕННЫХ МНОЖЕСТВ

В работе [1] рассматривается проблема описания графов, ориентация ребер которых преобразует граф в ориентированную диаграмму некоторого упорядоченного множества ( $y$ -множества). Очевидно, что любая ориентация цикла длины  $n$  ( $n > 3$ ) за исключением ориентаций, преобразующих цикл в контур или в почти контур (контур с изменением ориентации одной дуги), преобразуют цикл в ориентированную диаграмму конечного  $y$ -множества ( $S, \leq$ ). Будем называть полученный таким образом орграф  $y$ -циклом и обозначать  $C_S$ . Представляет интерес задача перечисления всевозможных неизоморфных  $y$ -циклов длины  $n$ . В [2] рассматриваются аналогичные задачи перечисления помеченных объектов в теории графов.

Рассмотрим  $y$ -цикл  $C_S$  длины  $n$ . Выберем в качестве начальной вершины произвольный источник  $v_1$ . Пусть он является концом максимальных однонаправленных частей с длинами  $a_1$  и  $a_m$ . Сопоставим  $y$ -циклу  $C_S$  числовую последовательность  $\alpha = a_1, a_2, \dots, a_m$ , где  $a_1, a_2, \dots, a_m$  - длины последовательных максимальных однонаправленных частей,  $n = a_1 + a_2 + \dots + a_m$  и  $m \geq 2$ . Тогда вершина  $v_2$ , являющаяся концом частей с длинами  $a_2$  и  $a_1$ , будет являться стоком и т.д. Таким образом, последовательности  $a_1, a_2, \dots, a_m$  соответствует последовательность чередующихся источников и стоков -  $v_1, v_2, \dots, v_m$ . Заметим что  $m$  - четно, и количество источников и стоков совпадает. Будем называть последовательность  $b_1, b_2, \dots, b_m$  *двухшаговым сдвигом* последовательности  $a_1, a_2, \dots, a_m$ , если  $b_1 = a_3, b_2 = a_4, \dots, b_{m-2} = a_m, b_{m-1} = a_1, b_m = a_2$  и *зеркальной*, если  $b_1 = a_m, b_2 = a_{m-1}, \dots, b_m = a_1$ .