гиперграфические автоматы над гиперграфами H, H_1 соответственно. Тогда полугруппы $\mathrm{Inp}(A)$, $\mathrm{Inp}(A_1)$ *входных сигналов этих автоматов элементарно эквивалентны в том и только том случае, если элементарно эквивалентны автоматы A и A_1.*

Таким образом, универсальные гиперграфические автоматы над эффективными гиперграфами с p-определимыми ребрами с точностью до элементарной эквивалентности определяются своими полугруппами входных сигналов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Зыков А. А.* Гиперграфы // УМН. 1974. Т. 29, №6. С. 89–154.
2. *Плоткин Б. И., Гринглаз Л. Я., Гварамия А. А.* Элементы алгебраической теории автоматов. М. : Высшая школа, 1994.
3. *Ершов Ю. Л., Палютин Е. А.* Математическая логика. М. : Наука 1987.
4. *Хворостухина Е. В.* Об относительно элементарной определимости класса гиперграфических автоматов в классе всех полугрупп // Компьютерные науки и информационные технологии : тезисы докладов Международной научной конференции. Саратов, 1–4 июля 2009 г. Саратов : Издательство Саратовского университета, 2009. С. 210–212.

УДК 517.51

А. А. Хромов

О ВЫБОРЕ ПАРАМЕТРА ПРИ ВОССТАНОВЛЕНИИ ФУНКЦИЙ С ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ

В данной статье построенное ранее семейство операторов для приближения непрерывной функции с интегральным условием применяется в случае, когда функция задана с погрешностью в среднеквадратичной метрике и выясняется вопрос о согласовании параметра, от которого зависит данное семейство, с погрешностью исходных данных.

Пусть $f(x) \in C[0,1]$, $p(x) \in C^1[0,1]$, $p(1) \neq 0$ и

$$U(f) \equiv \int_0^1 p(t)f(t)dt = 0$$

и пусть вместо $f(x)$ нам известна $f_\delta(x)$ такая, что $\|f_\delta - f\|_{L_2[0,1]} \leq \delta$.

Рассмотрим семейство операторов из [1]:

$$-rR_r f = \int\limits_0^1 K_r(x,t)f(t)dt,$$

где

$$K_r(x,t) = \begin{cases} e^{r(x-t)}\frac{\varphi(r,t)}{\Delta(r)}, & t \le x, \\ e^{r(x-t)}\left[r + \frac{\varphi(r,t)}{\Delta(r)}\right], & t > x, \end{cases}$$

$$\varphi(r,t) = p(0) + \int\limits_0^t p'(\tau)e^{r\tau}d\tau,$$

$$\Delta(r) = \int\limits_0^1 p(t)e^{rt}dt,$$

и множество

$$M = \{f \in C[0,1] : U(f) = U_1(f) = 0\},$$

$$U_1(f) = p(1)f(1) - p(0)f(0) - \int\limits_0^1 p'(t)f(t)dt.$$

Лемма 1. *Справедливы оценки, асимптотические по r при $r \to \infty$:*

$$\varphi(r,t) = O\left(\frac{e^{rt}}{r}\right), \quad \Delta(r) = O\left(\frac{e^r}{r}\right), \quad \int\limits_0^t p'(\tau)e^{r\tau}d\tau = O\left(\frac{e^{rt}}{r}\right).$$

Лемма 2. *Справедлива двусторонняя оценка, асимптотическая по r при $r \to \infty$:*

$$\sqrt{\frac{r}{2}} - \psi(r) \le \| - rR_r\|_{L_2 \to C} \le \sqrt{\frac{r}{2}} + \psi(r),$$

где $\psi(r) = O(1)$.

Доказательство. Пользуемся формулой

$$\| - rR_r\|_{L_2 \to C} = \max_{0 \le x \le 1} \left(\int\limits_0^1 K_r^2(x,t)dt\right)^{1/2}.$$

Используя оценки, приведенные в лемме 1, получаем утверждение леммы 2.

Согласно [1] для функций $f(x) \in M$ и только для них выполняется сходимость

$$\| -rR_r f - f\|_C \to 0 \quad \text{при} \quad r \to \infty. \tag{1}$$

Теперь применим операторы $-rR_r$ к функции $f_\delta(x)$ и рассмотрим величину

$$\Delta(\delta, -rR_r, f) \equiv \sup\{\| -rR_r f_\delta - f\|_{C[0,1]} : \|f_\delta - f\|_{L_2} \leq \delta\}.$$

Из общей теории некорректно поставленных задач, леммы 2 и сходимости (1) следует

Теорема. *Для любой $f(x) \in M$ сходимость*

$$\Delta(\delta, -rR_r, f) \to 0 \quad \textit{при} \quad \delta \to 0, r \to \infty$$

выполняется тогда и только тогда, когда $r = r(\delta)$ так, что $r(\delta) \to \infty$ и $(r(\delta))^{1/2}\delta \to 0$ при $\delta \to 0$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-01-00270) и гранта Президента РФ (проект НШ-4383.2010.1).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Хромов А. А., Хромова Г. В.* Приближение непрерывных функций с интегральными граничными условиями // Современные методы теории функций и смежные вопросы : материалы Воронежской зимней школы. Воронеж, 25 янв. – 4 февр. 2011 г. Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского университета, 2011. С. 345.

УДК 517.51

Г. В. Хромова

О СХОДИМОСТИ ПРИБЛИЖЕНИЙ ФУНКЦИИ С «РАЗМАЗАННЫМ» ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЕМ

В [1] доказана сходимость одного метода приближения непрерывной функции с интегральным условием:

$$U(f) = \int_0^1 p(t)f(t)dt = 0, \tag{1}$$

где $p(t) \in C^1[0,1]$, $p(1) \neq 0$ и при этом

$$\int_0^1 p(t)dt \neq 0. \tag{2}$$