УДК 539.3

Ю. О. Растегаев

ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ НА ВЕЛИЧИНУ ВЫХОДНОГО СИГНАЛА ПЬЕЗОГИРОСКОПА

Рассматривается модель устройства для измерения угловых скоростей подвижного объекта [1], состоящая из двух ортогональных пьезопластин и присоединенной к ним массы. Упругие волны, возбуждаемые в одной из пьезопластин переменным током, вызывают колебания присоединенной массы. Кориолисовы силы, обусловленные переносным вращением устройства, создают переменное давление на вторую пластину. Возбуждаемый в ней ток зависит от величины угловой скорости переносного вращения. Математическая модель [1] расширена для случая различных площадей и толщин первой и второй пьезопластин. Приведены зависимости выходного тока от частоты возбуждаемых колебаний, зависимости от отношения толщин первой и второй пьезопластин, отношения площадей пьезопластин, присоединенной массы и от линейных размеров устройства.

В модели [1] площади A_1,A_2 и толщины δ_1, δ_2 пьезопластин считались равными.

Представлена расширенная модель пьезогироскопа, учитывающая различные площади и толщины первой и второй пьезопластин. В частности была получена формула выходного тока

$$I(t) = \left(A_2 \frac{c}{\delta_2} e_{33}\right) \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial u_2(\delta_2, t)}{\partial x_2}\right) - \left(A_2 \frac{c}{\delta_2} \frac{\epsilon_{33}}{d_{33}}\right) \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \psi_2(\delta_2, t)}{\partial x_2}\right). \quad (1)$$

Параметры

$$\delta = \frac{\delta_1}{\delta_2}, A = \frac{A_1}{A_2} \quad (2)$$

входят в зависимость (1) в виде соотношений, выражающих перемещения слоев пьезопластины u_i для случая гармонического внешнего воздействия

$$u_i(x_i, t) = \xi_i(x_i) \cos \beta t + \eta_i(x_i) \sin \beta t, i = 1, 2, \quad (3)$$

$$\xi_i(x_i) = 2 \cdot \mathrm{Im}(jC_i \mathrm{sh} \gamma x_i), \eta_i(x_i) = 2 \cdot \mathrm{Re}(jC_i \mathrm{sh} \gamma x_i), i = 1, 2, \quad (4)$$

где коэффициенты C_i, P_i и Q_i выражаются следующим образом:

$$C_1 = \frac{jP_2}{P_1P_2 - Q_1Q_2} \cdot \frac{(1-k_{33}^2)U_0}{2}, C_2 = \frac{Q_1}{P_1P_2 - Q_1Q_2} \cdot \frac{(1-k_{33}^2)U_0}{2}, \quad (5)$$

$$P_1 = \gamma \mathrm{ch}\gamma\delta - k_{33}^2 \mathrm{sh}\gamma\delta - m(1-k_{33}^2)\beta^2 \mathrm{sh}\gamma\delta,$$

$$P_2 = \gamma \mathrm{ch}\gamma - k_{33}^2 \mathrm{sh}\gamma - Am(1-k_{33}^2)\beta^2 \mathrm{sh}\gamma, \quad (6)$$

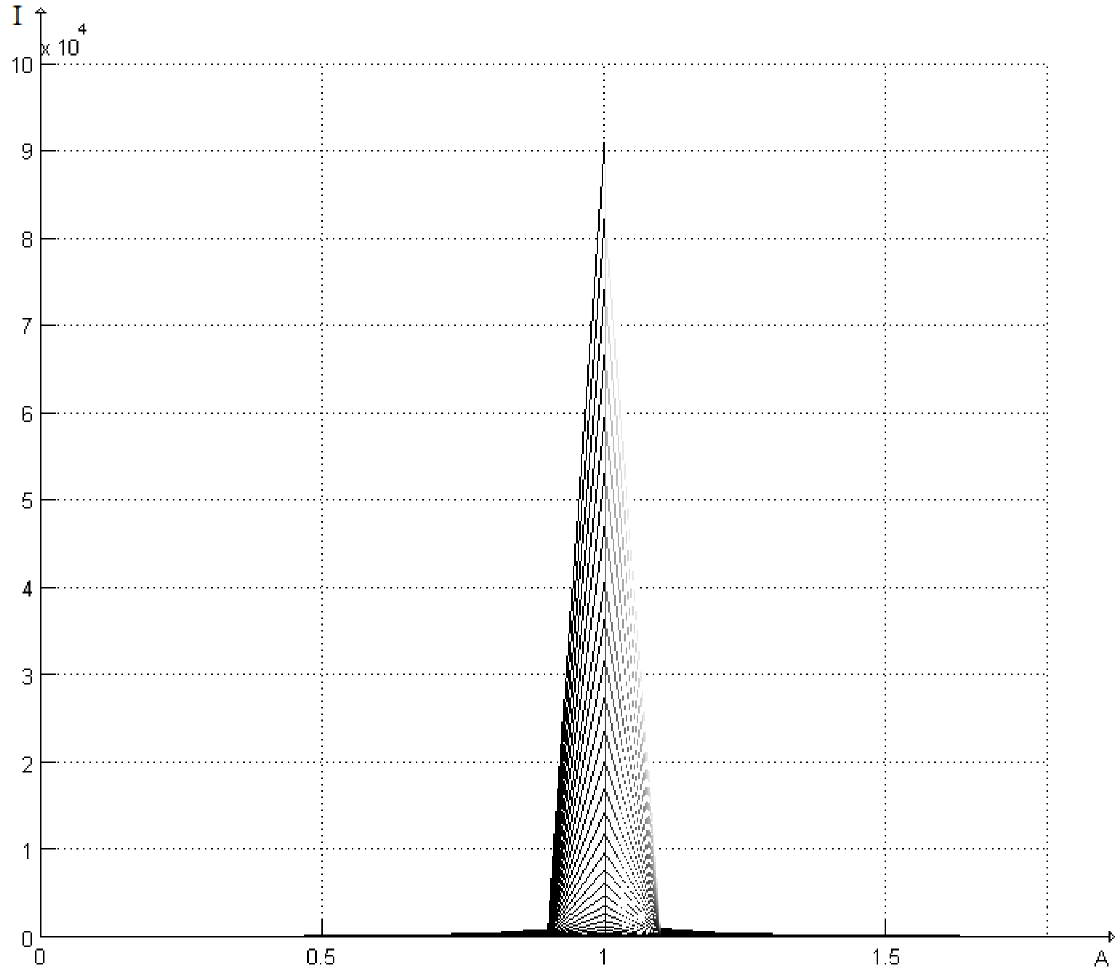
$$Q_1 = A\omega m(1-k_{33}^2)\beta \mathrm{sh}\gamma\delta,$$

$$Q_2 = m(1-k_{33}^2)2\omega\beta \mathrm{sh}\gamma.$$

В системе MatLab была написана программа, реализующая функцию (1) с учетом выражений (2),(3),(4) и коэффициентов (5),(6). Была реализована возможность нахождения максимума функции по различным параметрам.

Соответствие расширенной модели по отношению к базовой [1] подтверждается найденной зависимостью выходного тока от частоты возбуждаемых колебаний при задании равных площадей и толщин для первой и второй пьезопластин. График зависимости имеет характерные острые пики, соответствующие значениям, близким к собственным частотам свободных колебаний пластины без внутреннего трения.

Далее были найдены зависимости величины выходного тока от параметров A и δ (соотношение (2)). Построение производилось следующим образом: значение A_1 фиксировалось ($A_1 = 1.2 \cdot 10^{-4}$), а значение A_2 варьировалось в промежутке $[0, 3]$. Аналогично поступали с δ_1 и δ_2. Были выявлены характерные особенности найденной зависимости. Величина выходного тока достигает своего пика при совпадении значений площадей пластин (рисунок).



Зависимость выходного тока от площади и толщины второй пьезопластины при фиксированных значениях параметров первой пластины

Для толщин наблюдается монотонное возрастание величины выходного тока с увеличением толщины второй пьезопластины.

В ходе данной работы были найдены зависимости значения выходного тока от величины присоединенной массы. Заметим, что варьирование массы производилось за счет изменения плотности материала при сохранении ее объема и формы. Полученная зависимость представляет собой монотонное возрастание величины тока с увеличением массы.

Последней из полученных зависимостей была зависимость величины выходного тока, считываемого со второй пьезоэлектрической пластины, от линейных размеров устройства. Для этого был введен размерный множитель λ, модифицирующий формулу (1) следующим образом: толщины пластин домножались на λ, площади – на λ^2, объемные величины – на λ^3. Величина выходного тока монотонно возрастает с увеличением параметра λ. После значения $\lambda = 10$ зависимость близка к линейной.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Нагар Ю. Н., Ольшанский В. Ю., Панкратов В. М., Серебряков А. В.* Об одной модели пьезогироскопа // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 2.

2. *Афонин С. М.* Параметрическая структурная схема пьезопреобразователя // Известия РАН. Механика твердого тела. 2002.

3. *Нагар Ю. Н., Ольшанский В. Ю., Панкратов В. М.* Динамика пьезогироскопа при работе в импульсном режиме // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 3. С. 63–66.

4. *Распопов В. Я.* Микромеханические приборы : учебное пособие // М. : Машиностроение. 2007. 400 с.

УДК 629.78

Я. Г. Сапунков

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С СОЛНЕЧНЫМ ПАРУСОМ

С помощью принципа максимума Понтрягина решена задача оптимального управления встречей за минимальный промежуток времени двух космических аппаратов (КА), один из которых неуправляемый и движется только под действием силы притяжения к Солнцу, второй аппарат управляется с помощью солнечного паруса. Приведены результаты численного решения задачи.

Постановка задачи. KS-переменные $\mathbf{u} = (u_0, u_1, u_2, u_3)$, $\mathbf{s} = (s_0, s_1, s_2, s_3)$ [1] связаны с векторами положения центра масс КА и его скорости $\mathbf{r}$ и $\mathbf{v}$ соотношениями (1.2) из [2]. Переменная h – полная энергия единицы массы КА, M – масса притягивающего центра, γ – гравитационная постоянная, τ – независимая переменная, связанная с временем t уравнением $dt/d\tau = u^2$.

Тяга солнечного паруса, отнесенная к единице массы КА, определяется по формуле, в которой $\mathbf{n}$ – единичный вектор нормали к плоскости паруса, обращенной от Солнца, ϑ – угол между векторами $\mathbf{r}$ и $\mathbf{n}$, d – коэффициент, характеризующий площадь паруса:

$$\mathbf{p} = d\frac{\cos^2\vartheta}{r^2}\mathbf{n} = d\left(\mathbf{u}^2\right)^{-4}\left(P^T(\mathbf{u})\,\mathbf{u},\mathbf{n}\right)^2\mathbf{n}.$$

Если через R обозначить характерный масштаб длины, например радиус орбиты Земли, на которой находится управляемый аппарат в начальный момент времени, то связь между размерными и