

Рис. 7

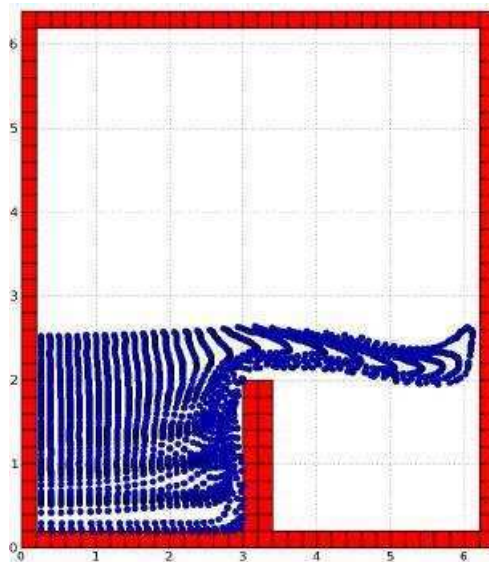


Рис. 8

На рис. 4–8 представлено решение задачи о распаде водяного столба и его взаимодействия с препятствием.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. Вычислительный эксперимент. М.: Наука, 1982.
2. Шевырев С. П. Расчет течения тяжелой несжимаемой невязкой жидкости методом Давыдова (нестационарный плоский случай) // Математика. Механика: сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2009. Вып. 11. С. 148–153.
3. Поттер Д. Вычислительные методы в физике. М.: Мир, 1975.

УДК 533.6.011

**Р. И. Ливеровский, С. П. Шевырев**

#### **МЕТОД ДАВЫДОВА НА ТРЕУГОЛЬНОЙ СЕТКЕ ДЛЯ СЛУЧАЯ СЖИМАЕМОГО ГАЗА**

В данной статье рассматривается моделирование движения идеального сжимаемого газа около абсолютно твердого тела при помощи метода Давыдова [1], обобщенного на случай нерегулярной треугольной сетки [2]. Использование такой сетки дает возможность производить расчеты течения около тела произвольной формы.

В ходе выполнения работы была написана программа на языке Python, реализующая указанный метод в двумерном нестационарном случае. Имеется возможность определения давления и числа Маха в потоке и на теле. С помощью данной программы по единому алгоритму можно исследовать сложные картины обтекания тел различной формы

в широком диапазоне изменения начальных условий — от чисто дозвуковых до сверхзвуковых режимов, включая переход через скорость звука (методом установления), либо решать нестационарные задачи о взаимодействии ударных волн с препятствиями.

Основная идея метода Давыдова (метода крупных частиц) состоит в расщеплении по физическим процессам исходной нестационарной системы уравнений Эйлера, записанной в форме законов сохранения. Среда здесь моделируется системой из крупных частиц, совпадающих в каждый момент времени с веществом ячеек эйлеровой нерегулярной сетки. Стационарное решение задачи, если оно существует, получается в результате установления, поэтому весь процесс вычислений состоит из многократного повторения шагов по времени. Нестационарные задачи также решаются продвижением по времени. В качестве математической модели выбраны краевые задачи для системы уравнений Эйлера в дивергентной форме:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho uv}{\partial y} + \frac{\partial \rho}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho uv}{\partial x} + \frac{\partial \rho v^2}{\partial y} + \frac{\partial \rho}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial \rho u E}{\partial x} + \frac{\partial \rho v E}{\partial y} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} &= 0, \\ \rho &= (\kappa - 1)\rho \left( E - \frac{u^2 + v^2}{2} \right).\end{aligned}$$

Здесь  $t, x, y$  — независимые переменные,  $\rho$  — плотность,  $u, v$  — компоненты вектора скорости вдоль осей  $x$  и  $y$  соответственно,  $\kappa$  — отношение удельных теплоемкостей,  $E$  — полная энергия единицы массы газа.

Единственным краевым условием является условие непротекания на жестком теле (нормальная компонента скорости равна нулю). В численных расчетах добавляются условия (равенство нулю производных от искомых функций) на неотражающих границах, моделирующие исходные бесконечные области с помощью областей, имеющих конечные размеры. Эти искусственные границы не должны служить источником возмущений, которых на самом деле не существует. В качестве начальных условий задается либо однородный поток (числом Маха однородного потока на бесконечности), либо ударная волна (числом Маха ударной волны).

Три этапа метода Давыдова в случае треугольной сетки приведены в [2].

Задачи на рис. 1 (отсоединенная волна – изобары), рис. 2 (присоединенная волна – изобары), рис. 3 (присоединенная волна – изомахи) решены методом установления. На рис. 4 для сравнения приведено решение, аналогичное рис. 3 из [1].

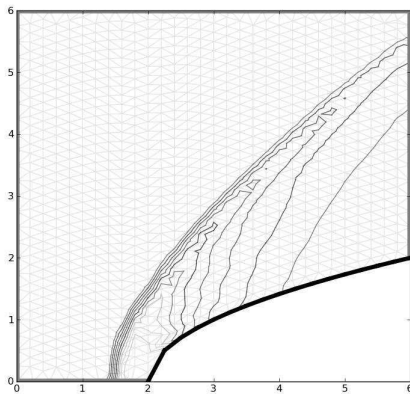


Рис. 1

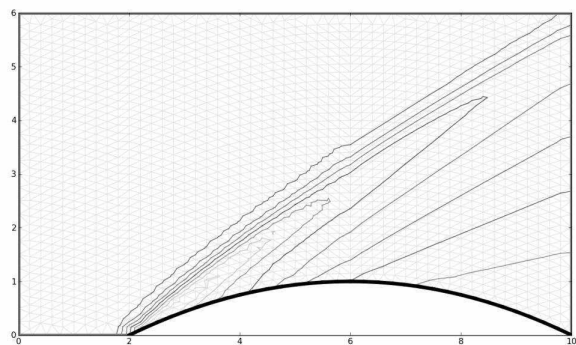


Рис. 2

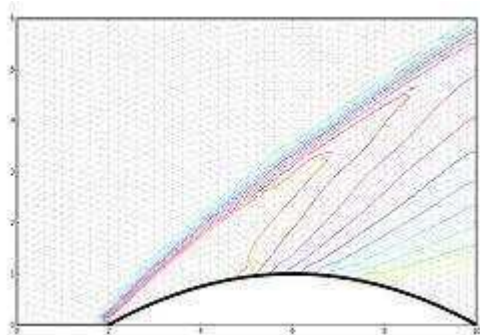


Рис. 3

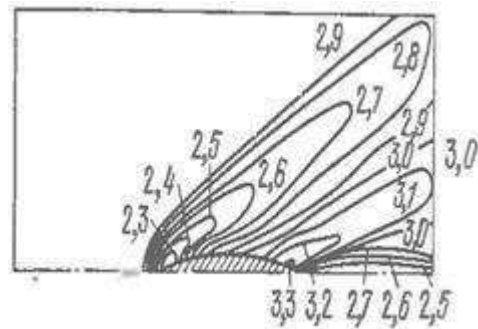


Рис. 4

Далее идут нестационарные задачи.

На рис. 5, 6, 7 ударная волна проходит по телу с образующей  $y = \sqrt{x - 2}$ , отражаясь и дифрагируя. На рис. 8, 9, 10 – аналогичная задача для тела с образующей  $y = 1 - \frac{(x-6)^2}{16}$ .

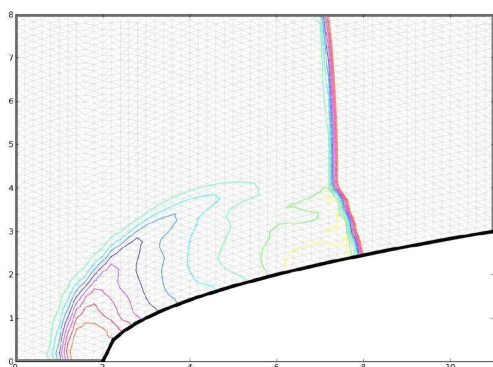


Рис. 5

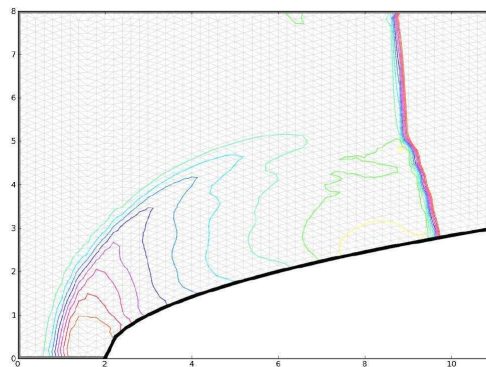


Рис. 6

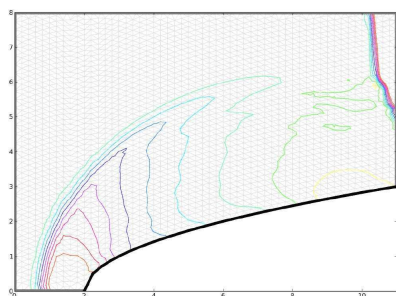


Рис. 7

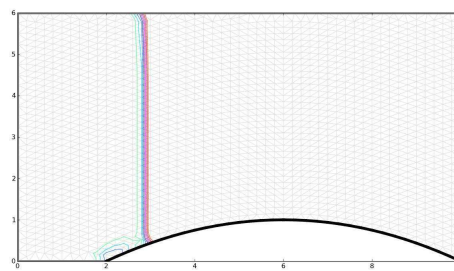


Рис. 8

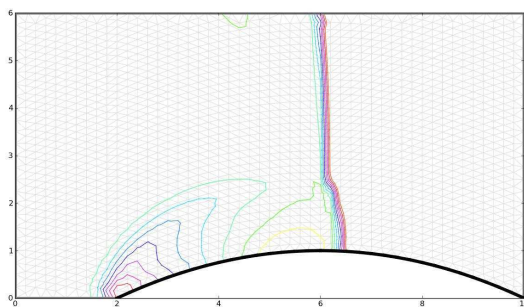


Рис. 9

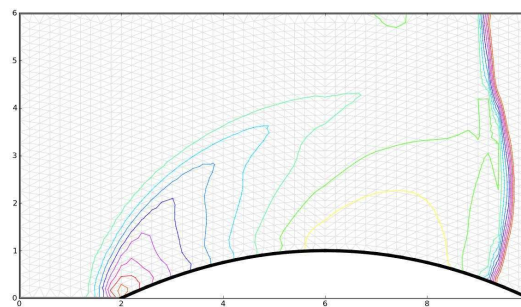


Рис. 10

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. Вычислительный эксперимент. М.: Наука, 1982.
2. Шевырев С. П. Разностные схемы метода Давыдова на произвольной сетке // Математика. Механика: сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та. 2005. Вып. 7. С. 205–209.

УДК 539.3

В. Ю. Ольшанский, А. В. Серебряков, И. Ф. Абитова

### АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЬЕЗОГИРОСКОПА

Рассматривается механическая система, состоящая из двух пластин  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  с толщинами  $h_1 = h_2 = h$ . Пластины выполнены из пьезокерамики и предварительно поляризованы по толщине. Они расположены в