3) находим $f(t), t \in [-b, b]$, из (6);

4) вычисляем $S_0(b, \lambda)$, $C_0(b, \lambda)$, $M(\lambda)$, используя последовательно соотношения (8), (9), и (7);

5) по $M(\lambda)$ восстанавливаем $q(x), x \in [0, b]$ [5].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и ННС (проекты 07-01-00003 и 07-01-92000-ННС-а).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Hochstadt H., Lieberman B.* An inverse Sturm — Liouville problem with mixed given data // SIAM J. Appl. Math. 1978. Vol. 34. P. 676–680.

2. *Gesztesy F., Simon B.* Inverse spectral analysis with partial information on the potential, II. The case of discrete spectrum // Trans. Amer. Math. Soc. 2000. Vol. 352. P. 2765–2787.

3. *Horvath M.* Inverse spectral problems and closed exponential systems // Ann. of Math. 2005. Vol. 162. P. 885–918.

4. *Марченко В.А.* Операторы Штурма — Лиувилля и их приложения. Киев: Наук. думка, 1977.

5. *Юрко В.А.* Введение в теорию обратных спектральных задач. М.: Физматлит, 2007.

УДК 517.9

В.М. Конюшков

ОБЩИЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ВТОРОГО ПОРЯДКА ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

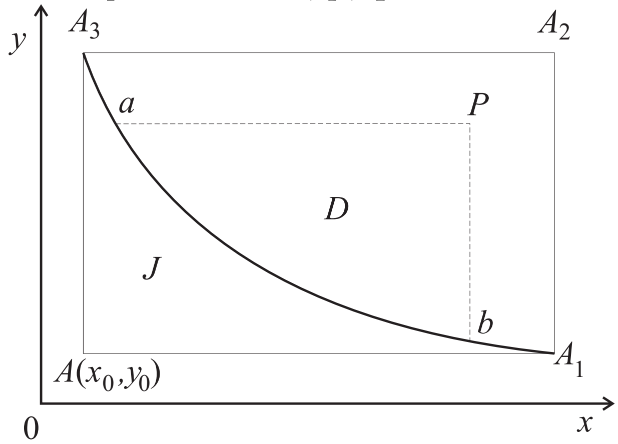
Общий алгоритм решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения известен и применяется для нахождения приближенного решения.

В данной статье общий алгоритм переносится на уравнения в частных производных, обосновывается его применение при нахождении приближенных решений задачи Коши для уравнения в частных производных второго порядка гиперболического типа.

Рассмотрим следующую задачу Коши:

$$\begin{cases} u_{xy} = f(x, y, u, p, q), \\ u|_l = 0, \quad p|_l = 0, \quad q|_l = 0, \end{cases} \tag{1}$$

где $u = u(x, y)$, $p = \frac{\partial u}{\partial x}$, $q = \frac{\partial u}{\partial y}$, l — гладкая кривая на плоскости Oxy, обладающая тем свойством, что каждая характеристика пересекает ее только лишь в одной точке и не касается ее. Функция $f(x, y, u, p, q)$ определена и непрерывна в области (рисунок), проекцией которой на Oxy является прямоугольник $J = \{x_0 \leq x \leq x_0 + a,\ y_0 \leq y \leq y_0 + b\}$ и удовлетворяет условию Липшица по переменным u, p, q.



Решение (1) находится последовательными приближениями $u_n(x, y)$, где $\{u_n(x, y)\}_1^\infty$ — решения следующих задач Коши:

$$\begin{cases} u_{xy} = f_n(x, y, u, p, q), \\ u|_l = 0, \quad p|_l = 0, \quad q|_l = 0, \end{cases} \qquad n = 0, 1, 2, \ldots,$$

а функции $f_n(x, y, u, p, q)$ удовлетворяют условиям теоремы существования и единственности решения задачи Коши (1) и

$$f_n(x, y, u_n(x, y), p_n(x, y), q_n(x, y)) \equiv f(x, y, u_n(x, y), p_n(x, y), q_n(x, y)), \quad (2)$$

$n = 0, 1, 2, \ldots$

Рассматриваемый в статье метод решения задачи Коши называется *алгоритмом* Z. Функциональная последовательность $f_n(x, y, u, p, q)$ называется *последовательностью, определяющей алгоритм* Z.

Пусть $f_n(x, y, u, p, q) = \alpha_n(u - u_n) + \beta_n(p - p_n) + \gamma_n(q - q_n) + f(x, y, u_n, p_n, q_n)$, где $\{\alpha_n\}_1^\infty$, $\{\beta_n\}_1^\infty$, $\{\gamma_n\}_1^\infty$ — ограниченные числовые последовательности, т.е. существуют положительные постоянные C_1, C_2, C_3 такие, что $|\alpha_n| \leq C_1$, $|\beta_n| \leq C_2$, $|\gamma_n| \leq C_3$ для всех $n = 0, 1, 2, \ldots$

Теорема. *Последовательность* $\{u_n(x, y)\}_1^\infty$ *сходится к решению задачи Коши* (1) *на прямоугольнике* J.

Доказательство теоремы проводится следующим образом. При выбранном способе построения определяющей последовательности $\{f_n(x, y, u, p, q)\}$ соответствующая задача Коши становится задачей для линейного уравнения в частных производных второго порядка гиперболического типа, которая решается методом Римана. Сходимость построенных приближений доказывается методом, изложенным в теореме существования и единственности решения задачи Коши для гиперболических уравнений [1].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966. 724 с.

УДК 517.51+517.98

С.А. Крейс

АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ ДУАЛЬНЫЕ ФРЕЙМЫ В БАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

В данной статье рассматриваются фреймы в банаховых пространствах. Для альтернативных дуальных фреймов доказывается аналог утверждения, ранее полученного в [1] для фреймов в гильбертовых пространствах.

Определение 1. *Фреймом в гильбертовом пространстве* H называется система векторов $(\varphi_n)_{n=1}^{\infty} \subset H\backslash\{0\}$, для которой существуют такие положительные вещественные константы A и B, что выполняются рамочные неравенства:

$$A\left\|f\right\|^2 \leq \sum_{n=1}^{\infty} \left|(f, \varphi_n)\right|^2 \leq B\left\|f\right\|^2$$

для любого элемента $f \in H$.

Константы A и B из данного определения называют *фреймовыми константами*. При этом A называется *нижней фреймовой константой*, а B – *верхней фреймовой константой*. Последовательность векторов пространства H называют *бесселевой последовательностью в* H, если для нее существует конечная верхняя фреймовая константа.

Определение 2. Фрейм (y_n) гильбертова пространства H называется *альтернативным дуальным фреймом* для фрейма (x_n), если для любого $x \in H$ справедлива формула восстановления:

$$x = \sum_{n=1}^{\infty} (x, y_n)\, x_n.$$

Следующая теорема получена в работе [1].

Теорема 1. *Если* (x_n) *и* (y_n) *— бесселевы последовательности в гильбертовом пространстве* H*, для любого* $x \in H$ *удовлетворяющие равенствам*

$$x = \sum_{n=1}^{\infty} (x, y_n)\, x_n,$$

тогда (x_n) *и* (y_n) *— альтернативные дуальные фреймы.*