$$h(z,t) = \frac{1-\gamma}{(1-\alpha)p(z,t)+\alpha} + \gamma.$$

$$p(z,t) = \frac{(1+\frac{p_1(t)}{2})(1+z)\frac{1\pm z}{1\mp z} + (1-\frac{p_1(t)}{2})(1-z)}{(1+\frac{p_1(t)}{2})(1-z)\frac{1\mp z}{1\pm z} + (1-\frac{p_1(t)}{2})(1+z)},$$

$$p_1(t) = \begin{cases} c - \xi e^t, & |\xi e^t| \le 2(1-\alpha)|1-\gamma|, \\ 2(1-\alpha)|1-\gamma| \cdot sgn(-\xi e^t), & |\xi e^t| \ge 2(1-\alpha)|1-\gamma|. \end{cases}.$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

3. *Александров И. А.* Параметрические продолжения в теории однолистных функций. М. :Наука, 1976. 344 с.

1. *Васильев А. Ю.* Взаимное изменение начальных коэффициентов однолистных функций.- Мат.заметки.-1985.-Т.38,№1.-с.56-65.

2. *Васильев А. Ю.* Взаимное изменение начальных коэффициентов в подклассах однолистных функций. -Выч.методы и программирование. - Саратов.:Изд-во Сарат.ун-та,1985.-с.55-64.

4. *Разумовская Е. В.* Об одном коэффициентном функционале в подклассе однолистных ограниченных «типично» вещественных функций // Сб. науч. тр. Механика. Математика, Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2009. С. 52-54.

УДК 517.984

О. Ю. Дмитриев

РАЗЛОЖЕНИЕ ПО СОБСТВЕННЫМ ФУНКЦИЯМ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ШЕСТОГО ПОРЯДКА

На отрезке $[0,1]$ рассмотрим краевую задачу

$$y^{(6)} - \lambda y = 0, \tag{1}$$

$$U_i(y) = a_i y^{(i-1)}(0) + y^{(i-1)}(1) = 0, \quad i = \overline{1,6}, \tag{2}$$

где a_i — константы и λ — спектральный параметр. Эта задача порождается соответствующим дифференциальным оператором шестого порядка L, заданным дифференциальным выражением $y^{(6)}$ и краевыми условиями (2).

В данной статье продолжается изучение условий разложения произвольной функции в ряд по собственным функциям линейного дифференциального оператора n-го порядка с нерегулярными краевыми условиями. Ранее в литературе изучались случаи распадающихся краевых условий [1] или случаи нечетных значениий n [2, 3].

Рассматриваемый случай четного n отличается от соответствующих нечетных случаев, кроме того, и уровнем нерегулярности. При этом функция Грина $G(x,t,\lambda)$ имеет экспоненциальный рост как при $t < x$, так и при $t > x$, что представляет основную трудность при исследовании.

Лемма 1. *Пусть* $b_j = \sum\limits_{k=1}^{6} a_k \left(\omega_j e^{\pi i/6}\right)^{k-1}$, *где* $\omega_j = \exp \dfrac{2j-1}{6}\pi i$, $j = \overline{1,6}$. *Если* $b_3 = b_4 = b_5 = b_6 = 0$, $b_1 \neq 0$, $b_2 \neq 0$, *то краевые условия* (2) *нерегулярны по Биркгофу* [4].

Положим $\lambda = -\rho^6$, $\arg\rho \in [-\pi/6, \pi/6]$. Тогда функции $y_j(x,\rho) = \exp\rho\omega_j x$, $j = \overline{1,6}$ образуют фундаментальную систему решений уравнения (1).

Лемма 2. *Для собственных чисел* λ_k *данного дифференциального оператора* L *справедливы асимптотические формулы*

$$\lambda_k = -\rho_k^6, \quad \rho_k = 2\pi k + O(1/k), \quad k = k_0, k_0+1, \ldots$$

Обозначим

$$\varphi(x,\rho) = \begin{vmatrix} y_1(x,\rho) & \ldots & y_6(x,\rho) \\ U_2(y_1) & \ldots & U_2(y_6) \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ U_6(y_1) & \ldots & U_6(y_6) \end{vmatrix}.$$

Если $\rho = \rho_k$, то $\varphi(x,\rho)$ — собственные функции краевой задачи (1)–(2).

Обозначим через T_1 многоугольник, описываемый системой неравенств:

$$\mathrm{Re}\,(\omega_j z) < 0, \quad j = \overline{1,4},$$

$$\mathrm{Re}\,(\omega_j z) < \mathrm{Re}\,(\omega_j), \quad j = \overline{5,6}.$$

Рассмотрим ряд по собственным функциям

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k \varphi(x, \rho_k). \tag{3}$$

Тогда справедливо следующее утверждение.

Теорема 1. *Если ряд* (3) *сходится равномерно на* $[0,1]$, f — *его сумма и* μ *не является собственным значением краевой задачи* (1)–(2), *то функция* $g(x) = R_\mu f = \int\limits_0^1 G(x,t,\mu) f(t)\,dt$ *удовлетворяет следующим условиям:*

1) аналитически продолжима в T_1;

2) ограничена в угле $|\arg z + \pi/3| \leq \pi/3$;

3) удовлетворяет уравнению

$$\Phi(f, x) = 0,$$

где $\Phi(f, x) = b_1 f(\overline{\omega}_1 x) + b_2 f(\overline{\omega}_2 x) + 6f(1 - x)$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Хромов А. П.* Разложение по собственным функциям обыкновенных линейных дифференциальных операторов с нерегулярными распадающимися краевыми условиями // Мат. сб. 1966. Т. 70(112), № 3. С. 310-–329.

2. *Хромов А. П.* Разложение по собственным функциям одной краевой задачи третьего порядка // Математика и ее приложения : сб. науч. тр. Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 1991. Вып. 2. С. 17–24.

3. *Дмитриев О. Ю.* Разложение по собственным функциям дифференциального оператора n-го порядка с нерегулярными краевыми условиями // Математика и ее приложения : сб. науч. тр. Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 1991. Вып. 2. С. 70–72.

4. *Наймарк М. А.* Линейные дифференциальные операторы. М. : Наука, 1969. 528 с.

УДК 517.984

М. Ю. Игнатьев

ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ШТУРМА – ЛИУВИЛЛЯ НА НЕКОМПАКТНОМ А-ГРАФЕ

А-графом называется связный геометрический граф, в котором любые два цикла имеют не более одной общей вершины. Обратная задача Штурма – Лиувилля на компактных А-графах подробно исследована в [1]. Рассмотрим некомпактный А-граф G с множеством вершин V и множеством ребер $\mathcal{E} \cup \mathcal{R}$, где $\mathcal{E}$ – множество компактных ребер и $\mathcal{R}$ – множество лучей. Пусть $y(\cdot)$ – некоторая функция, определенная на G. Следующее условие во внутренней вершине v назовем *стандартным условием склейки* $MC(v)$:

$$\sum_{r \in I(v)} \partial_r y(v) = 0 \tag{1}$$

где $I(v)$ – множество ребер, инцидентных вершине v, $\partial_r y(v)$ – производная по направлению внутрь ребра r. Пусть множество граничных вершин ∂G представлено в виде объединения двух непересекающихся множеств: $\partial G = \partial_K G \cup \partial_D G$. Для вершин $v \in \partial_K G$ мы определим условие склейки $MC(v)$ соотношением (1) (что, очевидно, эквивалентно, однородному условию Неймана), для $v \in \partial_D G$ мы определим условие $MC(v)$ как однородное условие Дирихле

$$y(v) = 0.$$