имеют место соотношения

$$\lim_{r\to\infty}\left\|S_r(f,x)-\sum_{j=1}^{2}\gamma_{1j}\frac{1}{\omega_j}\sigma_{r|\omega_j|}\left(m_{1j},x\right)\right\|_{\left[\varepsilon,\frac{1}{2}-\varepsilon\right]}=0,$$

$$\lim_{r\to\infty}\left\|S_r(f,x)-\sum_{j=3}^{4}\gamma_{2j}\frac{1}{\omega_j}\sigma_{r|\omega_j|}\left(m_{1j},x-\frac{1}{2}\right)\right\|_{\left[\frac{1}{2}+\varepsilon,1-\varepsilon\right]}=0,$$

где $\varepsilon\in\left(0,\frac{1}{4}\right)$, $S_r(f,x)$ *— частичная сумма ряда Фурье по с.п.ф. оператора* A *для тех характеристических чисел* λ_k, *для которых* $|\lambda_k|<r$; γ_{kj} *— компоненты матрицы* Γ: $\Gamma^{-1}D\Gamma=D_1=diag(\omega_1,\ldots,\omega_4)$; $\sigma_r(f,x)$ *— частичная сумма ряда Фурье по системе* $\left\{e^{i4\pi kx}\right\}$ *на отрезке* $\left[0,\frac{1}{2}\right]$, *при таких* $k\in\mathbb{Z}$, *что* $|k|<\dfrac{r}{4\pi}$; m_{1j} *— компоненты* $m_1(x)$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Хромов А.П.* Интегральные операторы с ядрами, разрывными на ломаных линиях // Мат. сб. 2006. Т. 197, №11. С. 115–142.

УДК 519.53, 519.713

Е.В. Хворостухина

ОБ ЭПИМОРФИЗМАХ ГИПЕРГРАФИЧЕСКИХ АВТОМАТОВ

В настоящей статье рассматриваются так называемые гиперграфические автоматы без выходных сигналов, т.е. автоматы, у которых множества состояний наделены дополнительной алгебраической структурой гиперграфа. Это достаточно широкий и весьма важный класс автоматов, так как многообразие таких алгебраических систем охватывает, в частности, автоматы, у которых множества состояний являются плоскостями (например, проективными или аффинными).

Напомним [1], что *гиперграфом* называется система вида $H=(X,L)$, где X – непустое множество и L – семейство произвольных подмножеств X. Элементы множества X называются *вершинами*, а элементы множества L называются *ребрами гиперграфа*. Вершины гиперграфа, принадлежащие некоторому его ребру, называются *смежными*. Гиперграф $H=(X,L)$ называется *эффективным*, если любая его вершина принадлежит некоторому его ребру.

Пусть p – произвольное натуральное число. Гиперграф H будем называть *гиперграфом с p-определимыми ребрами*, если в каждом ребре этого гиперграфа найдется, по крайней мере, $p+1$ вершина и, к тому же, любые p его вершин принадлежат не более чем одному его ребру.

Например, эффективный гиперграф с 1-определимыми ребрами — гиперграф, ребра которого образуют нетривиальное разбиение множества вершин без одноэлементных классов. С другой стороны, как проективная плоскость, так и аффинная плоскость с числом точек более четырех являются эффективными гиперграфами с 2-определимыми ребрами, вершинами которых являются точки этих плоскостей, а ребрами — соответствующие прямые (см., напр., [2]).

Гомоморфизмом гиперграфа $H = (X, L)$ в гиперграф $H_1 = (X_1, L_1)$ называется отображение φ множества X в множество X_1, которое смежные в гиперграфе H вершины переводит в смежные вершины гиперграфа H_1, т.е. выполняется свойство

$$(\forall r \in L)(\exists r' \in L_1)(\varphi(r) \subset r').$$

Гомоморфизм $f : H \longrightarrow H_1$ называется *сюръективным*, если образом множества вершин X гиперграфа H является все множество вершин X_1 гиперграфа H_1, т.е. $f(X) = X_1$.

Гомоморфизм гиперграфа H в себя называется *эндоморфизмом* H. Множество всех эндоморфизмов гиперграфа H с операцией композиции образует полугруппу $\mathrm{End}H$.

Гиперграфы $H = (X, L)$ и $H_1 = (X_1, L_1)$ называются *изоморфными*, если найдется такая биекция f множества X на множество X_1, которая сохраняет ребра этих гиперграфов, т.е. выполняется

$$(\forall Y \subset X)(Y \in L \Longleftrightarrow f(Y) \in L_1).$$

Изоморфизм гиперграфа H на себя называется *автоморфизмом* H. Множество всех автоморфизмов с операцией композиции и тождественным отображением в качестве нейтрального элемента образуют группу $\mathrm{Aut}H$.

Для отображения $f : X \longrightarrow Y$ обозначим f^2 отображение X^2 в Y^2, которое для $(a, b) \in X^2$ определяется по формуле: $f^2(a, b) = (f(a), f(b))$. Тогда для любого преобразования $\varphi : X \longrightarrow X$ выполняется $f^2(\varphi) = f^{-1}\varphi f$.

В настоящей статье под *гиперграфическим автоматом* понимается полугрупповой автомат без выходных сигналов [3] $A = (X, S, \delta)$, множество состояний которого X наделено такой структурой гиперграфа $H = (X, L)$, что при любом входном сигнале $s \in S$ функция переходов δ_s является эндоморфизмом H. Например, для любого гиперграфа H

алгебраическая система $A = (H, \mathrm{End}H, \delta)$ с функцией $\delta(\varphi, x) = \varphi(x)$, где $(\varphi, x) \in \mathrm{End}H \times X$, является гиперграфическим автоматом, который обозначается $\mathrm{Atm}H$ и называется *универсальным гиперграфическим автоматом.*

Эндоморфизмом гиперграфического автомата $A = (H, S, \delta)$ называется пара отображений $\pi = (f, g)$, где f – эндоморфизм гиперграфа H, g – эндоморфизм полугруппы $\mathrm{End}H$ и для любых $x \in X, s \in S$ выполняется равенство $f(\delta(x, s)) = \delta(f(x), g(s))$. Эндоморфизм $\pi : A \longrightarrow A$ называется *автоморфизмом автомата A на автомат A*, если $f : H \longrightarrow H$, $g : S \longrightarrow S$ – автоморфизмы.

Теорема 1. *Пусть $H = (X, L)$ – эффективный гиперграф с p - определимыми ребрами. Для универсального гиперграфического автомата* $\mathrm{Atm}H = (H, \mathrm{End}H, \delta)$ *и эндомоморфизма $\pi = (f, g)$ автомата* $\mathrm{Atm}H$ *следующие условия эквивалентны:*

1) $\pi = (f, g)$ – сюръективный эндоморфизм $\mathrm{Atm}H$*;*

2) g – сюръективный эндоморфизм $\mathrm{End}H$*, $g = f^2$;*

3) g – автоморфизм $\mathrm{End}H$*, $g = f^2$;*

4) π – автоморфизм автомата $\mathrm{Atm}H$*;*

5) f – автоморфизм H, $g = f^2$.

Следствие. *Полугруппа сюръективных эндоморфизмов автомата* $\mathrm{Atm}H$ *совпадает с группой автоморфизмов* $\mathrm{Aut}(\mathrm{Atm}H)$*, которая изоморфна декартову произведению группы автоморфизмов* $\mathrm{Aut}H$ *и группы автоморфизмов* $\mathrm{Aut}(\mathrm{End}H)$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Зыков А.А.* Гиперграфы // УМН. 1974. Т. 29, №6. С. 89–154.

2. *Хартсхорн Р.* Основы проективной геометрии. М.: Мир, 1970.

3. *Плоткин Б.И., Гринглаз Л.Я., Гварамия А.А.* Элементы алгебраической теории автоматов. М.: Высш. шк., 1994.

УДК 517.51

А.А. Хромов

АППРОКСИМАЦИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ СТЕПЕНЯМИ РЕЗОЛЬВЕНТ ОПЕРАТОРА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

Получен метод нахождения приближений к гладким решениям интегрального уравнения, имеющего структуру уравнения второго рода и вырожденное ядро в ситуации, когда обратный оператор неограничен.