

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Шиндяпин Г. П. Нелинейное взаимодействие ударных волн в газах и газожидкостных средах. Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 1997. 104 с.
2. Шиндяпин Г. П., Матутин А. А. О законах подобия рефракции ударных волн в газовых и газожидкостных средах // Математика. Механика : сб. науч. тр. Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 2008. Вып. 10. С. 146–150.
3. Шиндяпин Г. П., Маркушин А. Г. Рефракция ударной волны на свободной поверхности в газожидкостной среде с образованием волны разрежения // Аэродинамика : межвуз. сб. науч. тр. Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 1991. Вып. 12(15). С. 24–39.
4. Henderson L. F., Ma J., Sakurai A., Takayama K. Refraction of a shock wave at an air-water interface // Fluid Dynamics Research. 1990. Vol 5. P. 337–350.

УДК 539.3

Д. А. Шишков, Ю. В. Лысункина

О РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ СТАТИЧЕСКОГО ИЗГИБА ТОЛСТОЙ УПРУГОЙ ПЛАСТИНКИ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ ЗАКРЕПЛЕНИИ КОНТУРА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГОРИТМОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

В работе [1] рассмотрена задача вибрационного изгиба толстой прямоугольной пластинки из изотропного материала, два противоположных края которой свободно оперты при произвольном закреплении остальной части боковой поверхности.

Напряженно-деформированное состояние (НДС) пластинки при статическом изгибе описывается системой уравнений, состоящей из уравнений равновесия сплошной среды и уравнений закона Гука в форме [2]:

$$\operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} = 0, \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{2\mu\nu}{1-2\nu} \mathbf{I} \operatorname{div} \mathbf{u} + \mu (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^*). \quad (2)$$

Здесь $\boldsymbol{\sigma}$ — симметричный тензор напряжений, \mathbf{u} — вектор перемещения, \mathbf{I} — единичный тензор, μ, ν — параметры материала.

Предполагается, что края пластинки закреплены произвольно, а на верхней лицевой плоскости приложена равномерно распределенная нагрузка интенсивности $q = q(x, y)$ (рис. 1).

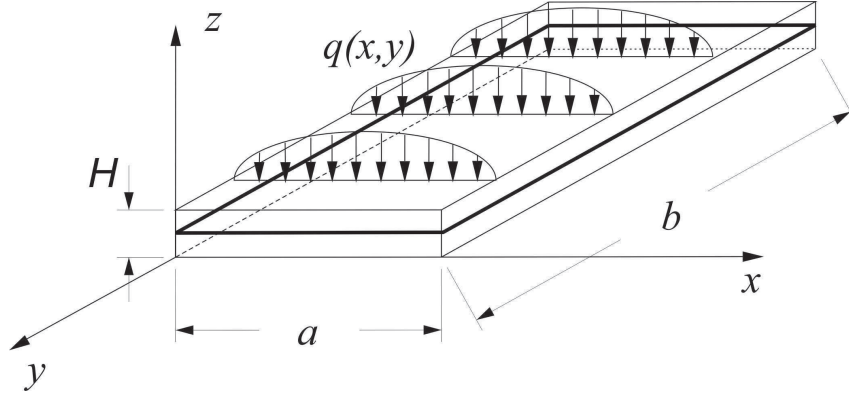


Рис. 1

Сформулированная краевая задача для определения НДС является трехмерной по пространственным переменным. Для понижения размерности системы применим метод сплайн-коллокаций [3], следуя которому искомые компоненты вектора перемещений представим в виде

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z) &= \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \gamma_i(x) \alpha_j(y) U_{i,j}(z) = \sum_{r=0}^R F_r(x, y) U_r(z), \\
 v(x, y, z) &= \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \alpha_i(x) \gamma_j(y) V_{i,j}(z) = \sum_{r=0}^R \Phi_r(x, y) V_r(z), \\
 w(x, y, z) &= \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \alpha_i(x) \alpha_j(y) W_{i,j}(z) = \sum_{r=0}^R \Psi_r(x, y) W_r(z).
 \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь $R = (N + 1)^2 - 1$, α_i, γ_i — линейные комбинации В-сплайнов 3-й степени, подобранные так, чтобы условия на краях пластинки $x = 0$, $x = a$, $y = 0$, $y = b$ тождественно выполнялись.

Введём в рассмотрение вектор-функции

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Y}(\zeta) &= \left\{ \mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{W}, \frac{d\mathbf{U}}{d\zeta}, \frac{d\mathbf{V}}{d\zeta}, \frac{d\mathbf{W}}{d\zeta} \right\}, \quad \mathbf{U} = \{U_r(\zeta)\}_{r=0}^R \\
 \mathbf{V} &= \{V_r(\zeta)\}_{r=0}^R, \quad \mathbf{W} = \{W_r(\zeta)\}_{r=0}^R
 \end{aligned}$$

Тогда краевая задача, записанная в безразмерных координатах, может быть представлена в векторной форме:

$$\frac{d\mathbf{Y}}{d\zeta} = D\mathbf{Y}(\zeta)$$

$$H_l \mathbf{Y}(0) = 0, H_r \mathbf{Y}(1) = \mathbf{b} \tag{4}$$

Количество уравнений в (4) существенно зависит от числа точек колокации $R + 1$ и, следовательно, при использовании численных методов является актуальной задача сокращения времени вычислений.

В статье был реализован метод Ю. И. Виноградова [4] на основе технологии NVIDIA CUDA [5]. Реализация вычислений на видеокарте позволила в несколько раз уменьшить время работы алгоритма, основные шаги которого разобраны в [6]. В частности, время, затрачиваемое на умножение матриц с использованием технологии NVIDIA CUDA на ПК с видеокартой GeForce 9600 и 2-ядерным процессором Intel Core2Duo E8400 3.00GHz и на одной из машин кластерного сервера, на котором для вычислений использовалось одно ядро 8-ядерного процессора, приведено на рис. 2.

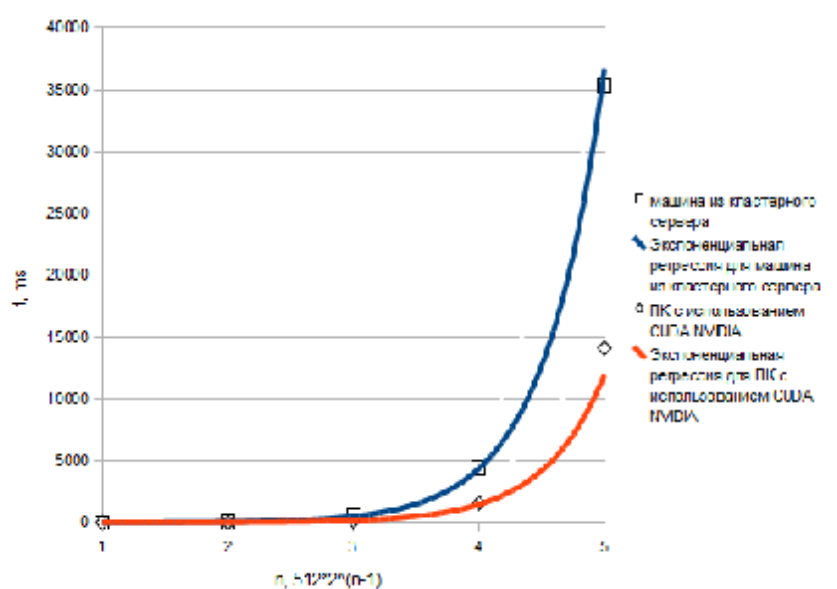


Рис. 2

В таблице указано время выполнения ортогонализации с использованием технологии NVIDIA CUDA, выполняющегося на 10 машинах с видеокартой GeForce 9600 и 2-ядерным процессором Intel Core2Duo E8400 3.00GHz, а так же на одной машине с теми же характеристиками и на одной из машин кластера, на котором для вычислений полностью использовался 8-ядерный процессор Intel Xeon E5335 2.00GHz при $M=10000$ (параметр метода), $N=5000$.

Время работы метода с использованием NVIDIA CUDA с использованием 10 машин	Время работы метода с использованием NVIDIA CUDA с использованием 1 машины	Время работы метода с использованием NVIDIA CUDA на одной из машин кластерного сервера
40 мин.	4.5 ч.	62 ч.

Таким образом, реализация с использованием технологии NVIDIA CUDA позволила существенно снизить время работы алгоритма. Результаты расчетов НДС шарнирно опертой по контуру стальной пластинки согласуются с [1].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Недорезов П. Ф. К вопросу об установившихся колебаниях толстой прямоугольной пластинки из изотропного материала // Проблемы прочности и пластичности. Нижний Новгород : Изд-во Нижегородского ун-та, 2010. Вып. 72. С. 177–183.
2. Лурье А. И. Теория упругости. М. : Наука, 1970. 940 с.
3. Григоренко Я. М., Крюков Н. Н. Решение задач теории пластин и оболочек с применением сплайн – функций (Обзор) // Прикл. механика. 1995. Т. 31, № 6. С. 3–26.
4. Виноградов Ю. И. Численный метод переноса краевых условий для жёстких дифференциальных уравнений строительной механики / Виноградов А. Ю., Гусев Ю. А. // Математическое моделирование. 2002. Т. 14, № 9. С. 3–8.
5. URL: <http://www.nvidia.ru> (дата обращения: 01.07.2012)
6. Барышев А. А. О реализации алгоритма решения краевой задачи вибрационного изгиба вязкоупругой пластины-полосы с использованием технологий параллельного программирования / Федюкина М.А. // Математика. Механика : сб. нач. тр. Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 2011. Вып. 13. С. 136–140.