

Предельная характеристика отмечена точкой, ударный переход показан пунктиром. Для всех n границе каверны соответствует значение $\xi = -1$ за счет выбора масштабного множителя.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Хантер К. О захлопывании пустой полости в воде // Механика: Период. сб. переводов иностр. ст. 1961. № 3 (67). С. 77–100.
2. Брушлинский К.В., Каждан Я.М. Об автомодельных решениях некоторых задач газовой динамики // УМН. 1963. Т. 18, вып. 2 (110). С. 3–23.

УДК 533.6.0116:532.529

А.А. Матутин, Г.П. Шиндяпин

АНАЛИЗ НЕРЕГУЛЯРНОГО РЕЖИМА РЕФРАКЦИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ С ОБРАЗОВАНИЕМ ВОЛНЫ РАЗРЕЖЕНИЯ

В статье найдена область существования нелинейной рефракции ударной волны (УВ) с волной разрежения, когда интенсивность преломленной волны сравнима с интенсивностью падающей УВ ($q^+ \sim O(1)$, $q^+ = (p_3 - p_0)/(p_1 - p_0)$) и значительная часть энергии передается из газожидкостной среды (ГЖС) в газовую. Установлено, что отмеченный феномен возникает при различных режимах рефракции: NR — нерегулярном (рис. 1, а), RR — регулярном (рис. 1, б), RV — с отраженной ударной волной (рис. 1, в).

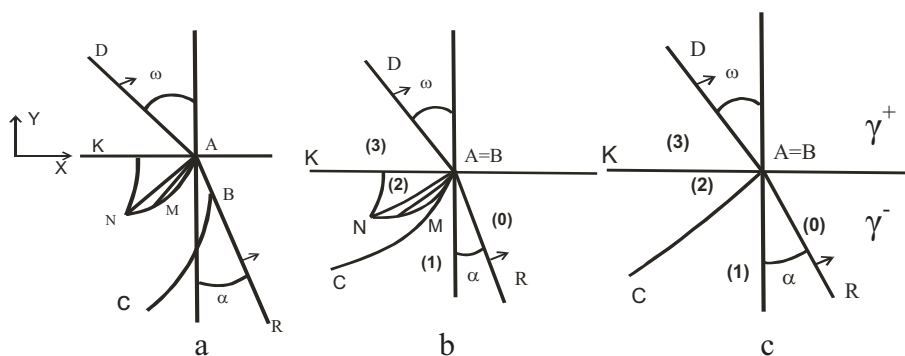


Рис. 1

При падении ударной волны AR (BR) относительной интенсивности $\Delta p/\rho_0 c_0^2$ под углом α к вертикали на свободную поверхность КА, разделяющую газ и ГЖС, с газосодержаниями γ^+ , γ^- возникают различные режимы рефракции, характеризующиеся фронтом преломленной волны AD и разрежением AMN или отраженной УВ AC. Параметр q^+ , характеризующий интенсивность преломленной волны, одновременно характеризует интенсивность волны разрежения или отраженной УВ ($\varepsilon_{20} = \varepsilon_{30}$).

Анализ задач рефракции УВ при относительно малой интенсивности падающей УВ ($\bar{\varepsilon} \ll 1$, $\bar{\varepsilon} = L_0(\gamma)\varepsilon_{10}$, $\varepsilon_{10} = (p_1 - p_0)/p_0$), характерных для ГЖС

пузырькового типа, как и других случаев взаимодействия УВ может быть проведен с помощью асимптотической теории коротких волн (для областей больших градиентов параметров).

Интерес к приближенным и асимптотическим методам в настоящее время объясняется с одной стороны достижениями в этой области, значение которых выходит за рамки рассматриваемых проблем, и, с другой стороны, физической актуальностью рассматриваемых проблем [1, 2, 3].

Вводя асимптотическое разложение $\xi = x/c_0t$, $\eta = y/c_0t$,

$$r/c_0t = 1 + \bar{\varepsilon}\delta, \quad \theta = \bar{\varepsilon}^{1/2}Y, \quad \delta = X + 1/2Y^2, \quad \bar{\varepsilon} = L_0(\gamma)\varepsilon_{10} = R_0(\gamma)P_{10},$$

$$u/c_0 = P_{10}\mu, \quad \nu/c_0 = P_{10}^{3/2}R_0^{1/2}\nu, \quad P_{10} = (p_1 - p_0)/\rho_0c_0^2, \quad (1)$$

получим решение для волны разрежения в виде

$$\mu = -1/2z^2 + \delta_A, \quad \nu = 1/3z^3 - \mu Y + d, \quad z = (X - X_A)/Y, \quad (2)$$

а условие на свободной поверхности (N — скорость фронта ударной волны; $\varepsilon^+ = (p_3 - p_0)/(p_1 - p_0)$, $\varepsilon^- = (p_A - p_0)/(p_1 - p_0)$) в виде

$$N^- / \cos \alpha = N^+ / \cos \omega, \quad N^\pm = 1 + \frac{1}{2}L_0^\pm \varepsilon^\pm. \quad (3)$$

Используя решение (2) с параметрами для регулярной рефракции (RR) (рис. 1, b)

$$X_A = (\alpha^{\nu^2} + 1)/2, \quad d = \alpha^{\nu^2} - 1/3(\alpha^{\nu^2} - 1)^{3/2},$$

$$\omega^{\nu^2} = \text{tg } \omega / \bar{\varepsilon}^{1/2}, \quad \beta_1^\nu = \text{tg } \beta / \bar{\varepsilon}^{1/2},$$

получим

$$\beta_k^\nu = \sqrt{2(X_A - q^+)}, \quad \omega^{\nu^2} q^{+2} = \left[\frac{1}{3}(2(X_A - q^+))^{3/2} + d \right]. \quad (4)$$

Для нерегулярной рефракции (NR) (рис. 1, a) аналогичные параметры получаются с помощью точных частных решений уравнений динамики (коротких волн) для области NABC [4]

$$X_A = (\alpha^{\nu^2} + 1)/2, \quad b = \sqrt{2(X_A - q^-)},$$

$$q^- = 1 - m^2, \quad d = q^- b - (1/3)b^3, \quad (5)$$

$$\alpha^\nu = \sqrt{1 - m^2} + \frac{m}{\sqrt{2}} \left(\text{arctg } \frac{\sqrt{m^2 + 8} - 3m}{2\sqrt{2}\sqrt{1 - m^2}} - \text{arctg } \frac{\sqrt{m^2 + 8} + m}{2\sqrt{2}} \right).$$

На рис. 2 представлена зависимость (5) параметра q^- , характеризующего степень падения давления вдоль фронта АВ (рис. 1, a) при нерегулярном

режиме рефракции (NR) от параметра α^ν . При $\alpha^\nu = 1.0$ имеем переход от нерегулярной рефракции (NR) к регулярной (RR).

Условие (3) в общем случае ($\alpha, \omega \sim \bar{\varepsilon}^{1/2}$) для NR и RR примет вид

$$2c_\gamma = \left(\omega^{\nu^2} + \alpha^{\nu^2} \right) + \frac{L_0^+}{L_0^-} q^+ - 1. \quad (6)$$

Исключая ω^ν из (4) и (6) получим окончательно выражение

$$2c_\gamma = \frac{1}{q^{+2}} \left\{ \frac{1}{3} [2(X_A - q^+)]^{3/2} + d \right\}^2 - \alpha^{\nu^2} - 1 + \frac{q^+}{\bar{L}}. \quad (7)$$

Здесь $\alpha^\nu = \text{tg } \alpha / \bar{\varepsilon}^{1/2}$, $c_\gamma = (c_0^- - c_0^+) / c_0^- \bar{\varepsilon}$, $\bar{L} = L_0^- / L_0^+$ — параметры подобия, характеризующие в общем случае различные режимы рефракции (NR, RR).

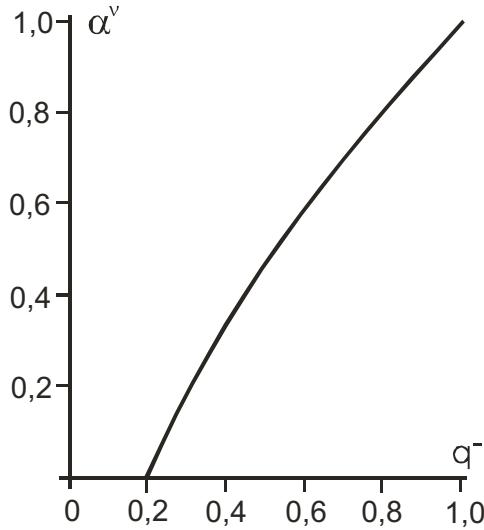


Рис. 2

На рис. 3 приведены результаты расчетов по формулам (6) и (7) для параметра $q^+ = \varepsilon_{20} / \varepsilon_{10}$, характеризующего эффективность рефракции на поверхности, разделяющей газ и ГЖС, при различных режимах в зависимости от параметров подобия, характеризующих влияние физических величин $\alpha^\nu = \alpha^\nu(\varepsilon_{10}, \alpha, \gamma^-)$, $c_\gamma = c_\gamma(\gamma^+, \gamma^-, \varepsilon_{10})$, $\bar{L} = \bar{L}(\gamma^+, \gamma^-, \varepsilon_{10})$.

На рис. 3 изображены поверхности $\alpha^\nu = 0.25$; $\alpha^\nu = 0.75$ и $\alpha^\nu = 1.0$. Поверхность $\alpha^\nu = 1.0$ представляет границу между областями NR и RR. Поверхность K соответствует режиму рефракции с отраженной УВ (RV) (рис. 1, с). Кривая G в плоскости $q^+ = 1.0$ при $\alpha^\nu = 1.0$ является для режима NR при $c_\gamma \geq 0$ и всех α^ν универсальной кривой, соответствующей вырождению волны разрежения. При $\alpha^\nu < 1.0$ кривая G соответствует q_{\max}^+ (минимально возможное разрежение) при соответствующих α^ν и c_γ . Кривая G' ($q^+ = 1.0$) при $c_\gamma < 0$ представляет универсальную границу между режимами NR, RV при $\alpha^\nu = 1.0$, или границу перехода от режима с

волной разрежения к режиму с отраженной УВ. В плоскости $c_\gamma = 0$ сечения D рассматриваемых поверхностей при различных α^ν соответствуют переходу от случая fast-slow ($c_\gamma \geq 0$) к случаю slow-fast ($c_\gamma < 0$). Граница F для поверхностей режима NR соответствует предельным значениям c_γ ($c_\gamma = c_{\gamma \min}$) в случае slow-fast. Границы C — при различных α^ν соответствуют предельно допустимым значениям \bar{L} для рассматриваемых взаимодействий на свободной поверхности, разделяющей газ/ГЖС. В случае многоатомной газовой ($\chi = c_{pII}/c_{vII} = 1.4$) и водовоздушной пузырьковой сред $\bar{L} = 1.17$ ($0.5 \cdot 10^{-4} \leq L^- \leq 1.0$; $L^+ = 0.86$).

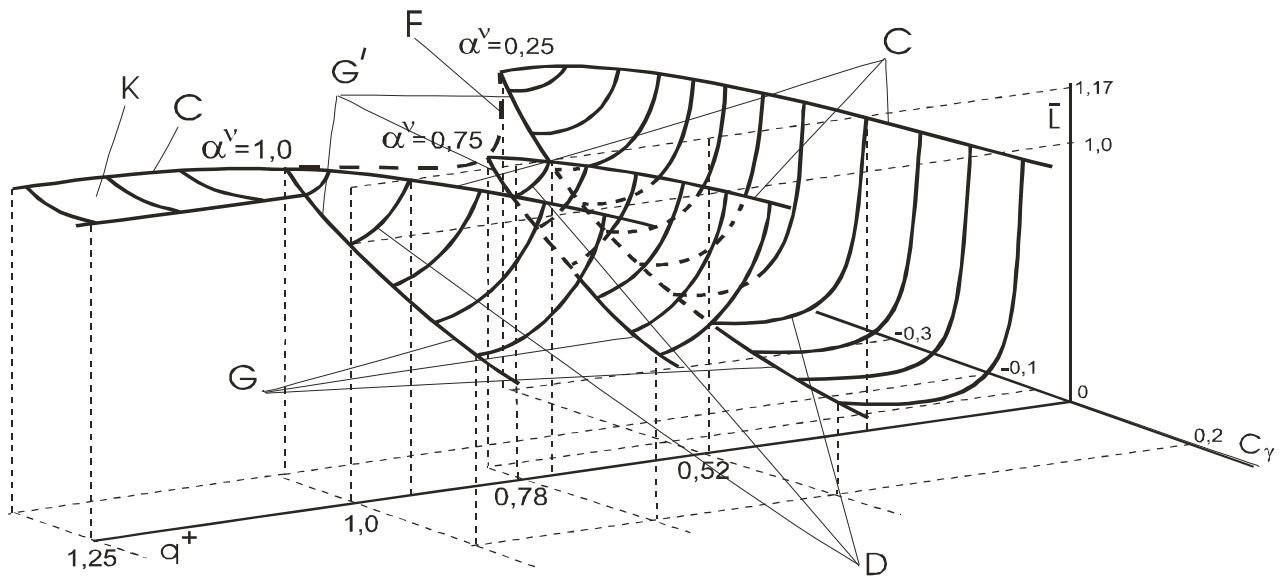


Рис. 3

Как видно из рис. 3, эффективность нерегулярной рефракции в целом возрастает до своего предельного значения ($q^+ = 1.0$) по мере увеличения α^ν , достигая предельных значений на границах G, G' при $\alpha^\nu = 1.0$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Шиндяпин Г.П. Нелинейные взаимодействия ударных волн в газах и газожидкостных средах. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1997. 104 с.
2. Кедринский В.К. Гидродинамика взрыва: эксперимент и модели. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. 435 с.
3. Шиндяпин Г.П., Матутин А.А. Аналитическое исследование нелинейной рефракции ударной волны на поверхности, разделяющей газовую и газожидкостную среды // Механика и процессы управления: Сб. науч. тр. Екатеринбург: Изд-во УРО РАН, 2004. С. 190–197.
4. Шиндяпин Г.П. Об особенности «сверхзвукового» взаимодействия слабых ударных волн и задаче преломления слабой ударной волны в воде на свободной поверхности // Аэродинамика: Межвуз. сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1974. Вып. 3 (6). С. 24–36.