Уравнения статики гибких трубопроводов или гибких стержней во внешнем потоке жидкости [1,2] непосредственно следуют из (10), если принять $m_w = v_s = \omega_1 = v_c = \gamma_1 = 0$ или $m_f = m_w = v_f = v_s = \omega_1 = 0$. При моделировании морской воды и гидросмеси идеальной несжимаемой жидкостью вектора q_f и q_w ортогональны e_1, $q_{\tau f} = q_{\tau w} = 0$, а из (1), (3) можно в явном виде найти P_f и P_w. В этом случае система (10) формально совпадает с уравнениями статики глубоководных трубопроводов, полученных в [3], если принять в (10) $\nu = 0,5$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Светлицкий В.А.* Механика гибких стержней и нитей. М.: Машиностроение, 1972. 222 с.
2. *Светлицкий В.А.* Механика трубопроводов и шлангов. М.: Машиностроение, 1982. 280 с.
3. *Петров В.В., Кузнецов В.В., Земеров В.Н.* Механика длинномерных элементов глубоководных комплексов. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1989. 188 с.

УДК 539.3

Н.С. Хлопцева

ВЕСОВАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ ТОНКОСТЕННЫХ ОБОЛОЧЕК ПОСТОЯННОЙ И ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ

Решение проблемы уменьшения массы оболочечных конструкций при сохранении их характеристик устойчивости требует применения оболочек с толщиной, переменной вдоль образующей либо в окружном направлении. Если конструкции с дискретно изменяющейся толщиной широко применяются уже не одну сотню лет [1–4], то оболочки со стенками, толщина которых меняется непрерывно, долгое время оставались без внимания. Возможно, именно конструкции, изготовленные по этому принципу, позволят уменьшить массу (а соответственно и стоимость) изделий самых различных отраслей промышленности.

Сравним характеристики «классических» тонкостенных оболочек с постоянной и меняющейся толщиной.

Рассмотрим осесимметричную форму потери устойчивости тонкостенной круговой цилиндрической оболочки при равномерном осевом сжатии. В этом случае ось оболочки остается прямолинейной, а поверхность её при потере устойчивости получает осесимметричные радиальные перемещения $w(x)$, зависящие только от координаты x. При потере устойчивости оболочки с переменной вдоль её образующей толщиной $\delta(x)$, напряжения сжатия в различных поперечных сечениях оказываются различными при постоянной величине критического погонного усилия $N_* = \sigma(x)\delta(x)$. Задача потери устойчивости здесь сводится к определению N_*.

Для оценки весовой выгодности неоднородной оболочки введем понятие показателя весовой эффективности $\gamma = \frac{\overline{N}_{\text{н}}}{\overline{N}_{\text{o}}}$, где $\overline{N}_{\text{н}} = \frac{N_*}{G}$ и $\overline{N}_{\text{o}} = \frac{N_*}{G}$ — удельные критические усилия соответственно для неоднородной и однородной оболочек одинаковой массы, G – вес оболочки.

Определим N_* прямым энергетическим методом в ситуации безразличного равновесия, когда работа внутренних сил (энергия деформаций) равна работе внешней осевой критической силы. Полагаем справедливым закон Гука и гипотезы Кирхгофа – Лява [1]. Для неоднородной оболочки получим $N_* = N_{*\text{o}}\alpha$, где $N_{*\text{o}} = \frac{E}{\sqrt{3(1-\mu^2)}}\frac{\delta_0^2}{R}$ — критическое усилие для оболочки с постоянной толщиной δ_0, α — поправочный коэффициент, учитывающий закон изменения толщины оболочки $\delta = \delta(x)$ и граничные условия.

Масса тонкостенной круговой цилиндрической оболочки с толщиной, меняющейся по закону $\delta = \delta(x)$ и радиусом срединной поверхности R равна $m^{\text{н}} = \rho \int\limits_0^l 2\pi R\delta(x)\,dx = m_0\beta$, где $m_0 = \rho 2\pi R\delta_0 l$ — масса однородной оболочки с толщиной δ_0, β — коэффициент, учитывающий закон изменения толщины.

Для различных законов изменения толщины оболочки при различных граничных условиях показатель весовой эффективности будет иметь вид $\gamma = (\alpha)/(\beta^2)$.

Для оболочки с толщиной, меняющейся по закону $\delta(x) = \delta_0 e^{-cx}$, получим $\beta = (1 - e^{-cl})/(cl)$ и поправочный коэффициент для шарнирного опирания краев оболочки имеет вид

$$\alpha = \sqrt{\left[\frac{1-e^{-3cl}}{3cl} - \frac{3cl(1-e^{-3cl})}{9(cl)^2+4\pi^2}\right]\left[\frac{1-e^{-cl}}{cl} - \frac{cl(1-e^{-cl})}{(cl)^2+4\pi^2}\right]}.$$

Для оболочки с толщиной, меняющейся по закону

$$\delta(x) = \delta_0(1 + a\sin\pi x/l),$$

имеем
$\beta = 1 + \frac{2a}{\pi}$,
$\alpha = \sqrt{4 \cdot \frac{3\pi+8a}{3\pi} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{4a}{\pi} + \frac{9a^2}{8} + \frac{16a^3}{15\pi}\right)}$ — для шарнирного опирания,
$\alpha = \sqrt{(1 + 1.78a + 1.5a^2 + 0.45a^3)(3 + 8.52a)}$ — для защемления,
$\alpha = \sqrt{(1 + 1.91a + 1.5a^2 + 0.42a^3)(0.45 + 0.96a)}$ — для консольного закрепления краев.

В случае составной цилиндрической оболочки, когда $\delta = \delta_1$ $(0 \le x \le \le l_1)$, $\delta = \delta_2$ $(l_1 \le x \le l)$, получаем $\beta = \bar{l} + \bar{\delta}(1 - \bar{l})$, где $\bar{\delta} = \delta_2/\delta_1$, $\bar{l} = l_1/l$, при этом

$$\alpha = \sqrt{\left[a(1-\bar{\delta}^3) + \bar{\delta}^3\right]} \cdot \sqrt{[a(1-\bar{\delta}+\bar{\delta}]}, \quad a = \bar{l} - \frac{\sin 2\pi\bar{l}}{2\pi\bar{l}}, \quad \bar{\delta} = \frac{\delta_2}{\delta_1}, \quad \bar{l} = \frac{l_1}{l}.$$

Результаты расчетов, представленные графически, показывают, что среди рассмотренных примеров только оболочка, толщина которой изменяется по закону $\delta(x) = \delta_0 e^{-cx}$, имеет характеристики устойчивости, приблизительно равные расчетным для оболочки с постоянной толщиной стенок (рис. 1, где $\bar{l} = l_1/l$), в остальных случаях конструкции с переменной толщиной стенок способны выдерживать гораздо более высокую нагрузку.

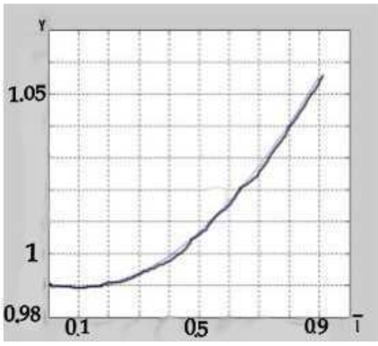

Рис. 1

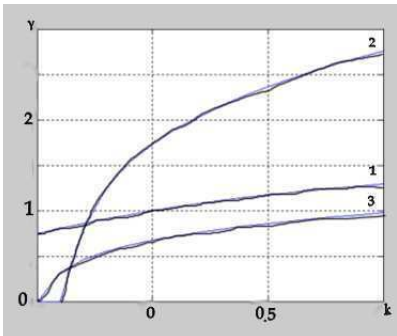

Рис. 2

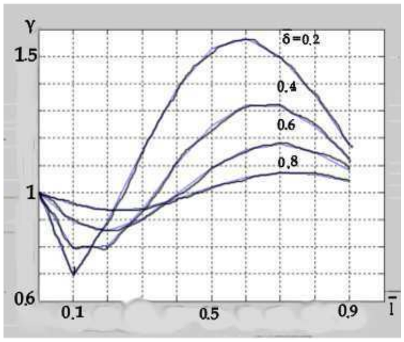

Рис. 3

Для случая $\delta(x) = \delta_0(1 + a \sin \pi x/l)$ показатель эффективности представлен на рис. 2 (где цифрами *1, 2, 3* показаны случаи шарнирного опирания краев оболочки, защемления и консоли). Для составной оболочки в случае классических граничных условий зависимость изображена на рис. 3.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Антоненко Э.В., Хлопцева Н.С.* Осесимметричная формапотери устойчивости тонкостенных цилиндров переменной толщины // Математика. Механика: Сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2006. Вып. 8. С.165–167.

2. *Вольмир А.С.* Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1974. 640 с.

3. *Кан С.Н.* Строительная механика оболочек. М.: Машиностроение, 1966. 508 с.

4. *Товстик П.Е.* Устойчивость тонких оболочек. М.: Наука, 1995. 308 с.

УДК 629

Ю.Н. Челноков

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПЕРЕОРИЕНТАЦИИ ОРБИТЫ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ЗА ФИКСИРОВАННОЕ ВРЕМЯ

1. Дифференциальные уравнения ориентации орбиты космического аппарата. Будем считать, что вектор ускорения $\mathbf{u}$ от тяги реактивного двигателя во все время управляемого движения космического аппарата (КА) направлен ортогонально плоскости его орбиты. Тогда орбита КА в процессе управления движением центра масс КА не меняет своей формы и своих