

И.А. Чернов

## АВТОМОДЕЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ ДЛЯ КРУГЛОЙ ЭЖЕКТИРУЮЩЕЙ СТРУИ ФАКЕЛЬНОГО ТИПА

Уравнение пограничного слоя в случае осесимметричного течения имеет вид ( $\Psi(x, y)$  – функция тока;  $x, y$  – цилиндрические координаты;  $u = \Psi_y/y$ ,  $v = -\Psi_x/y$  – компоненты вектора скорости на оси  $x, y$ ;  $\nu$  – коэффициент вязкости)

$$\Psi_y \Psi_{xy} - \Psi_x \Psi_{yy} - \frac{\nu}{y} (\Psi_{yy} + y \Psi_{yyy}) = 0.$$

Найдено решение указанного уравнения (здесь  $\Delta = cx^{(2k)} + y^{(2k)}$ )

$$\Psi(x, y) = \left[ 2(k+1)y^{(2k)}x\nu - 2(k-1)cx^{(2k+1)}\nu \right] / \Delta.$$

Тогда  $u, v$  принимают вид

$$u(x, y) = \left[ 8k^2\nu y^{(2k-2)}cx^{(2k+1)} \right] / \Delta^2,$$

$$v(x, y) = - \frac{2\nu \left[ (k+1)y^{(4k)}x + 2c(1-2k^2)x^{(2k+1)}y^{(2k)} + c^2(1-k)x^{(4k+1)} \right]}{xy\Delta^2}.$$

Оно является автомодельным с независимой переменной  $\eta = y/x$  и при  $k=1, c=4/\gamma^2$  совпадает с решением в [1, с. 226].

При  $k > 1, c > 0$  обобщенное решение описывает течение с источниками на оси  $x$ , при этом жидкие частицы, выходя вертикально, поворачивают в сторону положительных  $x$ , заполняя конус с углом полураствора  $\beta$ ,

$$tg\beta = [(k-1)c/(k+1)]^{1/2k}.$$

Внешняя часть течения за счет вязкости вовлекается в движение, при малых  $x$  частицы двигаются по направлению к оси симметрии течения, а затем разворачиваются параллельно образующей конуса. При  $y=0$  скорости таковы:  $u=0, v \sim 2\nu(k-1)x^{(2k)}/y$ .

Как и в решении Шлихтинга, здесь выполняется закон сохранения продольной составляющей количества движения, которая одинакова для любого сечения  $x$ .

Рассмотрим интеграл, определяющий  $x$ -компоненту количества движения,

$$Q = 2\pi\rho \int_0^\infty u^2 y dy.$$

Переходя к автомодельным переменным, получим

$$Q = 128\nu\pi\rho k^4 c^2 \int_0^{\infty} \frac{\eta^{(4k-3)}}{(c + \eta^{(2k)})^2} d\eta.$$

Интеграл (обозначим его как  $I(k, c)$ ) при  $k = 1$  равен  $1/(2c)$ , а при  $k > 1$

$$I(k, c) = \frac{(k-1) \operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{k}\right)}{2k^2 c^{(\frac{1}{k})}}.$$

Далее приводятся рисунки, поясняющие детали течения, построенные при  $k = 3/2, \nu = 1, c = 1$ . На рис. 1 изображены линии тока. Прямая, состоящая из точек, это разделяющая линия тока.

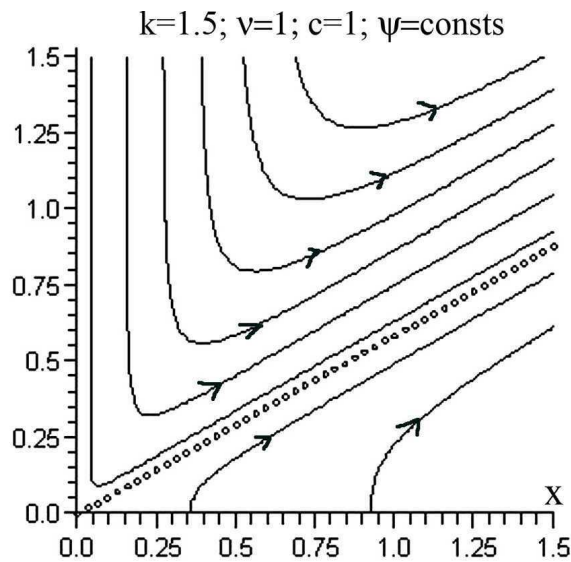


Рис. 1

Отметим характерные свойства: на линии  $\Psi = 0$  функции  $u(y), v(y)$  в сечении  $x = \text{const}$  имеют наибольшие значения.

На рис. 2,3 показано поведение скоростей  $u(y), v(y)$  в сечениях  $x = x_0$ .

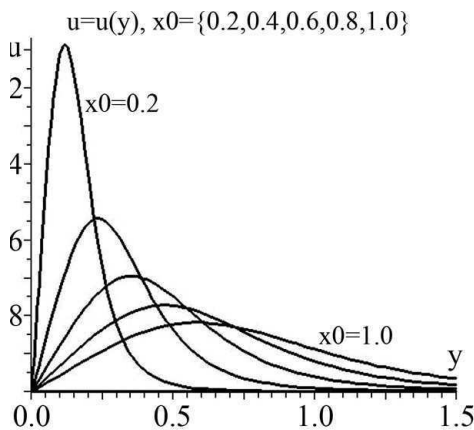


Рис. 2

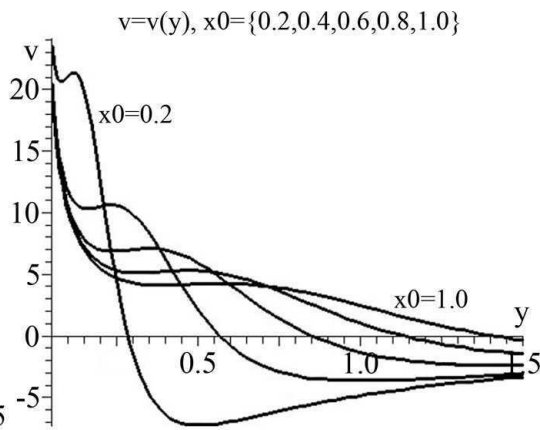


Рис. 3

Представляется возможным приложение данного решения к описанию течения вблизи выхода газа из горелки. При возгорании газа возникает эффект источников на оси, в результате появляется коническая конфигурация внутреннего течения. При этом необходимо привлечение уравнений температурного пограничного слоя.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969. 742 с.
2. Лойцянский Л.Г. Ламинарный пограничный слой. М.: Физматгиз, 1962. 480 с.